

東京工業大学大学院 学生会員 山坂昌成
東京工業大学工学部 正会員 福岡捷二

1. まえがき 近年, 蛇行変動を理論的に取り扱った研究が多く見られる^{1),2),3)}。著者らは, 河道の平面曲率に起因する遠心力の作用が側岸流砂量の場所的な変動を引き起こすことに着目し, 蛇行の発達過程の理論解析を行った。しかし, 河道の平面曲率に起因する遠心力ばかりでなく, 特に振幅の小さい段階では, 河床の交互砂州, 交互洗掘に起因する流れの偏りが蛇行発達の大きな要因となりうることが指摘されている。長谷川⁴⁾はこの点に着目し, 平面曲がり, 交互砂州, 交互洗掘の影響の相対的な大きさについて理論的に論じている。しかし, 交互砂州, 交互洗掘の変動(発達, 移動)までも考慮するに至っていない。本研究では, 河床変動と蛇行変動の相互作用を考慮して, 蛇行がどのように発達していくかを解析する。

2. 解析の前提条件 蛇行の平面形状は図1に示すような sine generated curve, 交互砂州の横断形状は sine curve, 河道曲がりにもなう交互洗掘の横断形状は直線で近似する⁵⁾。交互砂州

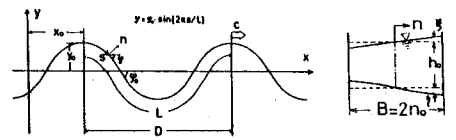


図-1 sine generated curve, 横断面形状

に起因する流れの偏りが原因となり, 蛇行が発生する場合に, 交互砂州の波長で蛇行するものが基本であるので, 1蛇行内に2波長の交互砂州を置く。河床の縦断勾配と河幅は一様とする。このとき, 蛇行の前進速度に場所的な差がないため, 蛇行波長Dは時間的に変化しない。蛇行振幅が増大するにつれて蛇行長Lは増大し, 砂州長さも蛇行長に比例して増大する。側岸上の流砂と河床上の流砂の間には交換はなく, それぞれが別個に流送されるものとする。水深~河幅比, 河幅~曲率半径比は十分小さく, 流れが平面的二次元流とみなせるものを扱う。

3. 解析の流れ 図2に解析の流れ図を示す。

蛇行の平面形状, 河床の縦断形状を与え (step 1), 流れの基礎式 (S方向の運動方程式, n方向の運動方程式, 連続の式) より, S, n方向の流速U, Vと水面上昇量ζの近似解を長谷川⁴⁾と同様に Galerkin 法を用いて求める (step 2)。係数 $a_1 \sim a_2$ は, 蛇行曲率, および交互砂州, 交互洗掘の振幅と蛇行形状に対する位相差中の関数となる。平衡, 非平衡流砂量は後に詳しく述べるように流速と流速で求める (step 3)。幾何学的に決まる側岸位置の時間変化⁶⁾と側岸流砂量が流砂の連続式を満足することより, 蛇行の発達速度, 前進速度を求める (step 4-a, 5a)。同様に, 河床形状の時間変化と河床流砂量が流砂の連続式を満足することより, 交互砂州, 交互洗掘の発達速度, 前進速度を求める (step 4-b, 5-b)。解析結果を(1)~(3)式に示す。流れを記述するのに用いた係数

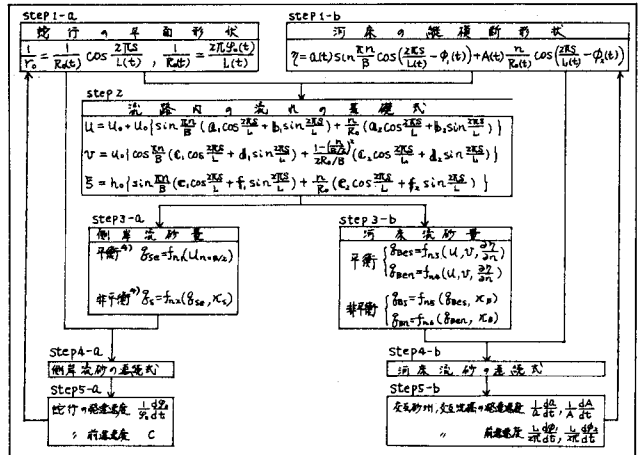


図-2 解析の流れ図

のうち, 添字 α である係数は a, ϕ_1 に依存しない。(3), (6), (7)式で示すように交互洗掘は交互砂州の影響を直接的には受けないが, 交互砂州が蛇行変動に影響を及ぼすた

め、直接的な影響を受ける。このようにして、三者は相互に影響を及ぼし合いながら時間的な変動をする。step 5により、微小時間 Δt 後の蛇行、交互砂州、交互洗掘の形状が計算されるため、 Δt 後の形状をstep 1にもどすループを繰り返すことにより、蛇行、交互砂州、交互洗掘の相互作用による発達過程を説明することができる。

4. 河床流砂量

図2の解析の流れの中で側岸流砂量、河床流砂量は、蛇行、交互砂州、交互洗掘の発達、移動を支配する重要な要因である。側岸流砂量については先の理論⁷⁾と同様な取り扱いをすることにし、ここでは河床流砂量について述べる。水平床上的の平衡流砂量を(8)式で表わす。図3に示すように、横断勾配をもつ河床上の砂粒子には、流れのもつ掃流力 τ_s, τ_n の他に、砂粒子自身の重量の斜面方向成分が付加的な掃流力として作用する。水平床上での限界掃流力を τ_{co} 、

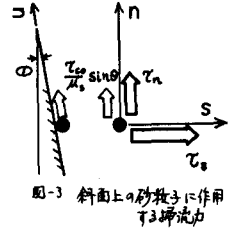


図3 斜面上の砂粒子に作用する掃流力

砂の静止摩擦係数を μ_s とすると、付加的な掃流力は $\frac{\tau_{co}}{\mu_s} \sin \theta$ となる。砂粒子重量の斜面に垂直な方向の成分は水平床上の場合の $\cos \theta$ 倍となるため、合掃流力(砂粒子重量の斜面方向成分を含む)が $\tau_{co} \cos \theta$ に等しい状態が砂粒子移動の限界状態である。したがって、水平床に変換すると、砂粒子に作用する掃流力が $\tau = \sqrt{\tau_s^2 + (\tau_n + \frac{\tau_{co}}{\mu_s} \sin \theta)^2}$ で、限界掃流力が $\tau_{co} \cos \theta$ であることと同じ意味をもつと考えられる。この考え方は、急勾配流れで砂粒子重量の流れ方向成分を有効掃流力の増分として考慮した吉川⁶⁾と同じ視点になっている。平衡状態の砂粒子の移動方向が合掃流力ベクトル τ の方向に一致することを考慮し、水平床上の流砂量式として(8)式を用いると、横断勾配をもつ河床上における S 方向、 n 方向の平衡流砂量はそれぞれ(9-a)、(9-b)式で表わされる。添字の e は平衡を意味する。 $\tau_n = 0$ のとき横断方向流砂量は(10)式となる。日が小さいとき、(10)式は平野⁷⁾の導いた流砂量式(11)にほぼ一致する。図4に池田⁸⁾の実験結果と(10)式との対応を示す。両軸を図4のように選ぶと横断勾配の影響は取り除かれて流砂量と掃流力の関係はほぼ1本の曲線で表わされ、実験値との対応が良いことがわかる。次に平衡流砂量と非平衡流砂量の関係について述べる。平衡流砂量はある地点の掃流力、横断勾配によって一義的に決定されるものである。一般に、ある地点の流砂量は図5に示すように運動履歴や給砂条件により必ずしもその地点の平衡流砂量に等しくないが、流下する間に平衡流砂量に近づく傾向がある。このとき、単位距離流下する間の流砂量の変化が平衡流砂量と流入流砂量の差に比例すると仮定すると、(12)式が成り立つ。式中の K_0 は比例定数であり、流砂の遅れ距離の逆数に相当する。(12)式の左辺を展開し、 $\lim_{\Delta s, \Delta n \rightarrow 0} (dn/ds) = g_{Bn}/g_{Bs}$ を考慮すると、平衡流砂量と非平衡流砂量の関係式は(13)式となる。 $\frac{\partial}{\partial s} = 0$ のとき、(13-b)式の非平衡流砂の運動方向余弦 $g_{Bn}/\sqrt{g_{Bs}^2 + g_{Bn}^2}$ を平衡流砂量の運動方向余弦 $g_{Ben}/\sqrt{g_{Bes}^2 + g_{Ben}^2}$ で近似すると、長谷川⁹⁾の導いた斜面上の非平衡横断流砂量式の近似式にほぼ一致する。(13)式は g_{Bs}, g_{Bn} に関する非線型の微分方程式であるため一般に解くことができないが、水理条件に応じた近似化を行って g_{Bs}, g_{Bn} を求める。本解析では、 $g_{Bn}/\sqrt{g_{Bs}^2 + g_{Bn}^2} \approx 1$ 、 $g_{Bs}/\sqrt{g_{Bs}^2 + g_{Bn}^2} \ll 1$ を仮定して、(13-a)、(13-b)式の左辺第2項を無視して縦断方向、横断方向の非平衡流砂量を求めた。

$$\begin{aligned} \frac{g_{Be}}{\sqrt{(g_{Bs}-1)g_{Bs}^2}} &= K \tau_s (\tau_s - \tau_{co}) \quad \dots (8) \\ \frac{g_{Be}}{\sqrt{(g_{Bs}-1)g_{Bs}^2}} &= K \tau_s \left\{ \tau_{es}^2 + \left(\tau_{en} + \frac{\tau_{co}}{\mu_s} \sin \theta \right)^2 - \tau_{co} \cos \theta \right\} \quad \dots (9-a) \\ \frac{g_{Be}}{\sqrt{(g_{Bs}-1)g_{Bs}^2}} &= K \left(\tau_{en} + \frac{\tau_{co}}{\mu_s} \sin \theta \right) \left\{ \tau_{es}^2 + \left(\tau_{en} + \frac{\tau_{co}}{\mu_s} \sin \theta \right)^2 - \tau_{co} \cos \theta \right\} \quad \dots (9-b) \\ \frac{g_{Be}}{\sqrt{(g_{Bs}-1)g_{Bs}^2}} \frac{1}{\sin \theta} &= K \frac{\tau_{co}}{\mu_s} \left\{ \left(\frac{\tau_{co}}{\tau_{co}} \right)^2 + \left(\frac{\sin \theta}{\mu_s} \right)^2 - \cos \theta \right\} \quad \dots (10) \\ \frac{g_{Be}}{\sqrt{(g_{Bs}-1)g_{Bs}^2}} \frac{1}{\tan \theta} &= K \frac{\tau_{co}}{\mu_s} \left(\frac{\tau_{co}}{\tau_{co}} - 1 \right)^m \quad [m=1] \quad \dots (11) \end{aligned}$$

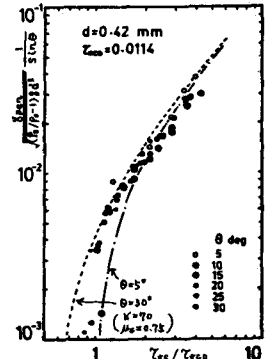


図4 横断方向流砂量と限界値と関係曲線

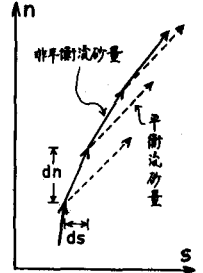


図5 平衡流砂量と非平衡流砂量

を平衡流砂量の運動方向余弦 $g_{Ben}/\sqrt{g_{Bes}^2 + g_{Ben}^2}$ で近似すると、長谷川⁹⁾の導いた斜面上の非平衡横断流砂量式の近似式にほぼ一致する。(13)式は g_{Bs}, g_{Bn} に関する非線型の微分方程式であるため一般に解くことができないが、水理条件に応じた近似化を行って g_{Bs}, g_{Bn} を求める。本解析では、 $g_{Bn}/\sqrt{g_{Bs}^2 + g_{Bn}^2} \approx 1$ 、 $g_{Bs}/\sqrt{g_{Bs}^2 + g_{Bn}^2} \ll 1$ を仮定して、(13-a)、(13-b)式の左辺第2項を無視して縦断方向、横断方向の非平衡流砂量を求めた。

$$\begin{aligned} \lim_{\Delta s, \Delta n \rightarrow 0} \frac{g_{Bs}(s+ds, n+dn) - g_{Bs}(s, n)}{\sqrt{(ds)^2 + (dn)^2}} &= K_0 (g_{Bes} - g_{Bs}) \quad \dots (12-a) \\ \lim_{\Delta s, \Delta n \rightarrow 0} \frac{g_{Bn}(s+ds, n+dn) - g_{Bn}(s, n)}{\sqrt{(ds)^2 + (dn)^2}} &= K_0 (g_{Ben} - g_{Bn}) \quad \dots (12-b) \\ \frac{\partial g_{Bs}}{\partial s} \frac{g_{Bs}}{\sqrt{g_{Bs}^2 + g_{Bn}^2}} + \frac{\partial g_{Bs}}{\partial n} \frac{g_{Bn}}{\sqrt{g_{Bs}^2 + g_{Bn}^2}} &= K_0 (g_{Bes} - g_{Bs}) \quad \dots (13-a) \\ \frac{\partial g_{Bn}}{\partial s} \frac{g_{Bs}}{\sqrt{g_{Bs}^2 + g_{Bn}^2}} + \frac{\partial g_{Bn}}{\partial n} \frac{g_{Bn}}{\sqrt{g_{Bs}^2 + g_{Bn}^2}} &= K_0 (g_{Ben} - g_{Bn}) \quad \dots (13-b) \end{aligned}$$

1) 池田・日野(5), 土木学会報告集 No.255. 2) 長谷川・山田, 論文報告集 No.296. 3) 池田・Parker・澤井, 第24回水論. 4) 山本・福岡, 第25回水論. 5) 本下, 科学技術庁資源開発資料. 6) 蓮山・吉川・角田, 第26回水論. 7) 平野, 論文報告集 No.210. 8) 池田, 第25回水論・埼玉大学建設学研究所報告 Vol.11, 1981. 9) 長谷川, 論文報告集 No.316.