

京都大学防災研究所	正員	芦田和男
京都大学防災研究所	正員	中川一
四国電力株式会社	正員	加藤均

1. まえがき 洪水のように流量が時間的に変化する場合には、流量変化に対する河床波の応答遅れが生じ、例えば、流量の増加とともに河床波の波高が増大するような領域では、洪水の上昇期よりも減衰期の方が波高、したがって抵抗係数が大きく、水位-流量曲線はループを画くことになる。このような事は河川の移動床現象を取り扱う上で重要であると考えられますが、定量的に見てそれがどの程度のものであるのか、実際上どのような意味を持っているのか現在明らかでない。これについて、中川・辻本らや芦田・澤井らによつて基礎的な研究が展開され興味ある特性が明らかにされてきた。本論では、これらの研究を基礎として、流量変化に伴う河床波の応答を追跡する一般的な方法を開発し、実験によりその妥当性を確かめたので、以下に述べる。

2. 河床波の変形過程の理論的考察 河床波の変形過程を平均波長、平均波高の平面上で追跡すると図-1に模式的に示すように、各水理条件ごとにひとつのとり易い波高と波長の関係を表す直線がある。この直線は波形勾配ほぼ一定である。この直線から外れた状態にある河床波は、図に示すような経路を経てこの直線に近づいた後、その線に沿つて平衡点に近づく、その過程において、河床波の統合、分裂、埋め戻しの機構が存在するが、ここでは、統合と分裂に関して定式化を行う。

(1) 統合現象の定式化 平均的に見て波高の小さいものほど早く移動し、その下流側の波に合体・統合し、波が一つ消失することになり、平均波長・波高はその分だけ増大する。 L_{i-1} の波が下流の L_i の波に合体して L_{i-1} の波が消失した場合を考えると、波長の伸び dL_i は

$$dL_i = L_{i-1} \quad (1)$$

である。合体に要する時間 dt_i は L_{i-1} と L_i の波の移動速度 $u_{i-1} - u_i$ とすると、

$$dt_i = L_i / (u_{i-1} - u_i) \quad (2)$$

また、流砂量 q_B と移動速度 u との関係は

$$q_B = S(1-\lambda) u D \quad (3)$$

ここに、 S ：河床波の形状により定まる定数、式(1)～(3)より

$$dL_i/dt_i = q_B/S(1-\lambda) \cdot L_{i-1}/L_i \cdot (1/D_{i-1} - 1/D_i) \quad (4)$$

ある時刻における個々の波の波形勾配を一定と考えると、 $L_{i-1}/L_i = D_{i-1}/D_i$ であり、上式は、

$$dL_i/dt_i = q_B/S(1-\lambda) \cdot (D_i - D_{i-1})/D_i^2 \quad (5)$$

ここで、

$$\gamma_* = (D_i - D)/D \quad (6)$$

と定義される γ_* を考える。ここに γ は 波高分布の変動係数で $\gamma = \sigma/D$ (σ : 波高分布の標準偏差、 D : 平均波高)。 γ_* は確率変量であり、その分布形を中川・辻本らの研究に従つて

$$f_0(\gamma_*) = 1/\sqrt{2\pi} \cdot \exp(-\gamma_*^2/2) \quad (7)$$

とする。式(5)を積分して平均波長 L の変化速度を求める。積分範囲は $\infty > D_i > D_{i-1}$ 、 $\infty > D_{i-1} > 0$ であり、 γ_{i-1}, γ_i をそれぞれ γ_{i-1} および γ_i と表示すれば、平均波長の変化速度は次のように表わされる。

$$dL/dt = q_B/(1-\lambda) \cdot 1/D \cdot f \quad (8)$$

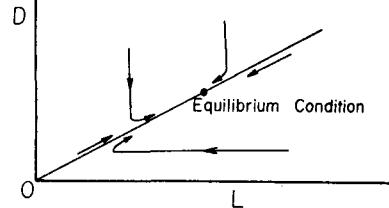


図-1 河床波の変形過程(L : 波長, D : 波高)

ここに、

$$f = \frac{d}{S} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{y'_* - y_*}{(1 + d y'_*)^2} f_B(y'_*) dy'_* f_D(y_*) dy_* \quad (9)$$

変動係数 $\lambda = 0.4$, $S = 1/5$ とすると $f = 0.296$ となる。

平均波形勾配が時間的に変化したことから、式(8)から

$$dD/dt = g_B/(1-\lambda) \cdot 1/L \cdot f \quad (10)$$

(2) 分裂現象の定式化 一つの河床波の波長が伸びると、波の背面に新しい河床波が形成される。この分裂現象により、平均波長、波高は小さくなる。これに関しては先の論文での定式化を若干修正して次のように表すことができる。

$$dL/dt = -A \cdot L^3/l \cdot (1 - \beta \cdot D/L) \quad (11)$$

$$dD/dt = -A \cdot L^3 \cdot D/l \cdot (1 - \beta \cdot D/L) \quad (12)$$

A : 定数, l : ステップ長, $\beta \cdot D$: 波の下流側の長さ。

(3) 河床形状の時間的変化 一般に、統合と分裂の両方の効果があり、波長、波高の時間的変化は次のように表される。

$$\frac{dL}{dt} = f \frac{g_B}{1-\lambda} \frac{1}{D} - A \frac{L^3}{l} \left(1 - \beta \frac{D}{L}\right) \quad (13)$$

$$\frac{dD}{dt} = f \frac{g_B}{1-\lambda} \frac{1}{L} - A \frac{L^3 D}{l} \left(1 - \beta \frac{D}{L}\right) \quad (14)$$

A の値は、平衡状態において $dL/dt = 0$, $dD/dt = 0$ より

$$A = f \cdot g_B / (1-\lambda) \cdot l / D e \cdot L^3 / (1 - \beta D / L) \quad (15)$$

ここに、 $L e$, $D e$ は 平衡状態の波長および波高。

図-2 は、平坦河床から平衡状態までの発達過程に関する実験値と理論値の比較であり、適合は良好である。

3. 流量変化に伴う河床波の応答 流量が時間的に変化する場合に、図-3 に示すとおり、 Δt 時間ごとのステップ状で近似し、 Δt 時間ごとに式(13), (14) を用いて河床形状の変形を求め、これを繰り返していくことにより河床波形状を追跡していくことができ、河床波の応答遅れやそれによる水位-流量曲線のループを求めることができる。図-4 はその方法による計算結果と実験値との比較の一例であるが、両者の一致は満足すべきものであると考えられる。

なお、実験は、勾配 $1/500$, 粒径 1mm の均一砂を用い、図-5 の流量波形 ($g_0 = 500\text{cm}^3/\text{s}$, $g_1 = 800\text{cm}^3/\text{s}$) で T_0 を次の 7 種類とした。

Case 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

$T_0(\text{min})$: 10, 21, 30, 40, 60, 84, 108

実験結果は、河床波の発達速度と流量の変化速度が近いとき、ループの幅は最も大きくなることを示すが、上の理論によつても同様な結果が得られる。

(参考文献) 1) 中川・辻本ら: 江大研究年報第19号B-2, 24号B-2, 2) 萩原・澤井・加藤: 江大研究年報第24号B-2

Case 12

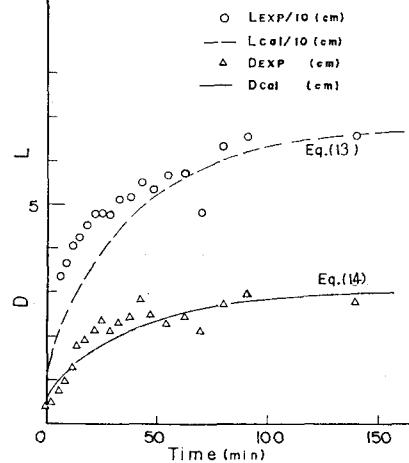


図-2 河床波の発達過程・理論と実験値の比較
($1/500$, $g = 900\text{cm}^3/\text{s}$, 粒径 1mm , 初期平坦)

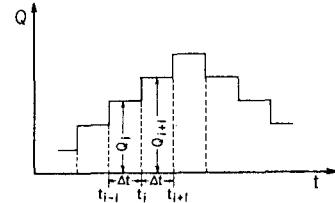
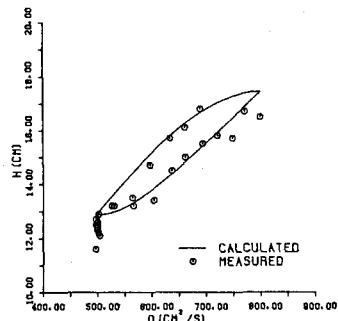


図-3 流量の時間的変化
CASE 3



CASE 3

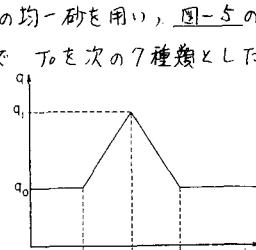


図-5 実験に用いた流量波形

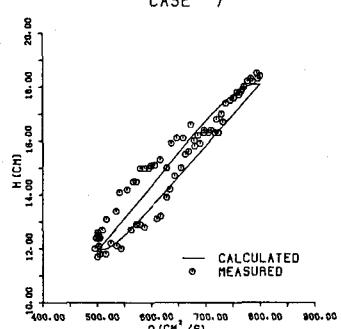


図-4 水位-流量曲線のループ
理論と実験値との比較