

京都大学工学部 正員 辻本 哲郎
 京都大学工学部 正員 中川 博次
 建設省 正員 富田 邦裕

著者らのこれまでの研究^{(1),(2)}により、河床波スペクトルの発達には、(1)河床における砂粒の不規則な離脱・落下を素過程とする河床高分散生成過程、(2)擾乱路床上の流れと遷移機構を内在する⁽³⁾流砂との相互作用によって現れる砂面不安定機構にもとづく波数淘汰過程、(3)砂粒運動が河床形状に強く規制され、個々の波の追いつき合伴が生じることを素現象とする波数移行過程の3つのプロセスが存在することが指摘された⁽²⁾。本報は、河床波スペクトルの特徴ある形状を形成するのに支配的と考えられる(2),(3)の機構に着目して、実験・理論の両面から検討を行ったものである。(1)の機構については文献⁽²⁾、4)を参照されたい。

実験(長さ9m、幅33cmの可変勾配水路で中央粒径 $d=0.07\text{cm}$ の砂を用いて行われた)によって得られた河床波スペクトルの発達例を図-1に示す(図には一部の測定時刻のものだけを示しており、実際にはとくに発達初期はより短い時間間隔で測定記録がある)。その特徴は、初期に鋭いピークが現われ、それに対応する波数はAiryの関係が満足する(図-2)と、ピークは時間とともに鈍くなり低波数値へ移行し、最終的には「-3条則」をもとにした普遍表示可能なスペクトル形⁽⁴⁾を呈する(図-3)ことである。このうち、初期に現れるピークが不安定機構の産物である。

砂面不安定機構が卓越する初期においてもなおかつ初期擾乱を産み出した分散生成過程が併存すること、その過程(1)のみで河床高分散の時間的変化($\partial^2 \eta^2 / \partial t^2$)を説明し得ることから図-4に示されるような規格化されたスペクトル($S_n = S / \partial^2 \eta^2$)の変化が、純粹に不安定機構のみに依るかと判断し、擾乱路床上の流れに別途推れ則($\tau = \beta U^2 (1 - \alpha \frac{d}{h})$)を考慮したポテンシャル流モデル⁽⁵⁾を用い、流砂現象をEuler的に解釈した遷移機構を内在したstochastic model⁽³⁾を用いてFourier変換された砂面を対象として行った(線型)不安定解析によって求められたスペクトルの波数則増幅率(次式:無次元表示^{(1),(2)})と比較したものが図-6である。図の上が実験、下が理論である。

図-1 河床波スペクトルの発達過程

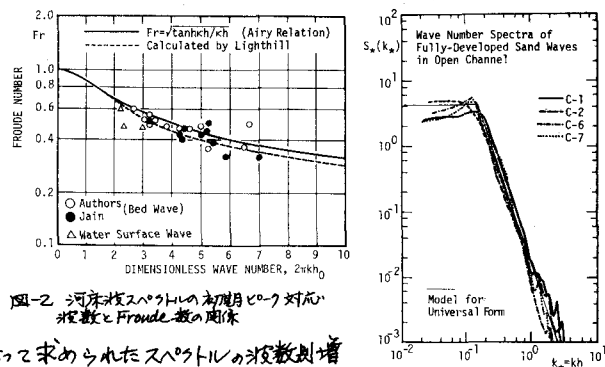


図-2 河床波スペクトルの初期ピークに対する波数とFroude数の関係

Figure 2 shows the relationship between the dimensionless wave number $2\pi k h_0$ (x-axis, 0 to 10) and the Froude number Fr (y-axis, 0.1 to 2.0). Data points are plotted for Authors (Bed Wave) as open circles, Jain as solid circles, and Water Surface Wave as open triangles. A dashed line represents the Fr-Tanaka/Oh (Airy Relation) calculated by Lighthill. The data points generally follow the Airy relation curve.

図-3 平衡状態の河床波スペクトル

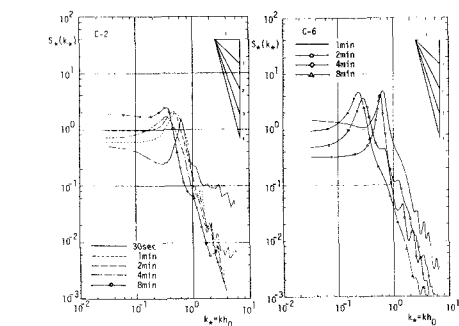


図-4 初期発達過程における河床波スペクトルの規格化表示

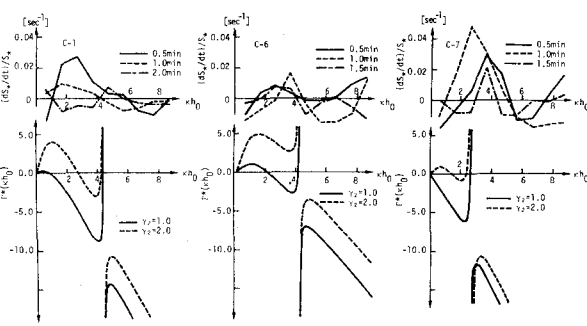


図-5 砂面不安定機構による波数選別増幅 (スペクトル増幅率)

$$F^*(k\omega) = \frac{(k\omega)^2}{1+(k\omega)^2} \{ \alpha(Rx-1) + 2k\omega/Fx \} \dots\dots\dots \textcircled{1} \quad \text{ただし, } Rx = \frac{Fr^2 k\omega \text{sech } k\omega}{Fr^2 k\omega - \text{tanh } k\omega}, \quad Fx = \frac{1 - Fr^2 k\omega \text{tanh } k\omega}{\text{tanh } k\omega - Fr^2 k\omega}$$

である。また ΔL は平均step lengthで着岸が割合としたpick-up rateの推定式²⁾と流砂量についてのスライス公式³⁾から逆算によって求め、 $\alpha = \gamma_2 / Fr^2$, $\gamma_2 = 1.2$ ^{3),4)}とした。

図6は河床波の発達に伴う水面波の波数スペクトルの変化で、Airy波の波数(Rx の分母=0)でピークが現れ、それが固定していることがわかる。このように不安定機構には水面の存在が大きく影響していることが知られたので、次に図7のように

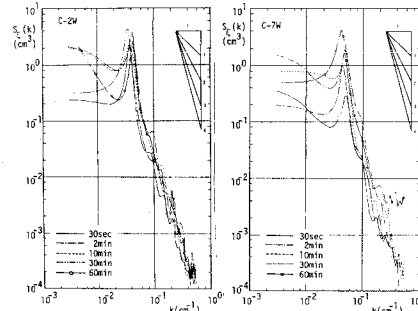


図6 河床波の発達に伴う水面波の波数スペクトル

水路にアクリル製上壁を設け、矩形断面管路での河床波の発達についても調べた。この結果、図9に示すように閉水路の場合の存在顕著なピークという特徴は現れない。管路と開水路では、(1)へのサブシステムのうち本質的に要するものは(2)の不安定機構のみで式①の Fx , Rx が必要。ポテンシャル流理論を適用すると $Rx=0$, $Fx = c\omega/kD_0$ (D_0 は初期平均河床面からアクリル製上壁までの高さ)となり、 $\alpha=6.0$ とした(開水路で $Fr=0.4 \sim 0.5$ とした時 $\gamma_2=1.2$ を採用した値に近い)。Fourier変換された断面に不安定解析を適用して求められた無次元のスペクトル増幅率は図9に示す通りで、開水路と同様、これは対応している。

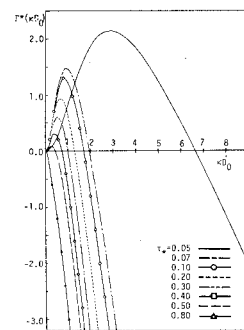


図9 不安定機構によるスペクトルの発達率(理論)

考えうる規格化されたスペクトルの波数増幅率(図10)と定性的な一致を見ることができ。

一方、波数移行過程は個々の波の追いつき合体を素事象と見做し、これが河床波の統計的性質に依っていることを考えると波数移行も確率的に生じている。いま波数 k のスペクトル成分が単位時間に波数 k' の成分に移行する割合を $p(k, k')$ とすると(図11参照)、この過程によるスペクトルの増幅率 $\frac{dS(k)}{dt} \sim \frac{\partial}{\partial k} \int_{-\infty}^{\infty} S(k') p(k, k') dk'$ である。

波数 k の移行速度を $C_k(k) \equiv \frac{dk}{dt}$ とすると $p(k, k') \sim 1/k' \frac{dk'}{C_k(k)}$ であるから

$C_k(k)$ の評価が重要であることがわかる。波数移行はほとんど全波数域に亘ってこれを分離抽出して評価するのは難しいがピークに着目することでその概要は知られよう。実験結果から得られる k_p の時間的変化図より $|\frac{dk_p}{dt}|$ と k_p の関係を調べたのが図12で、これより、 $|dk_p/dt| \sim k_p^3$ が予想され、これは次のような追いつき合体モデル²⁾からの推論と一致する。

$$L(\text{平均波長}) \sim \sqrt{E}, \quad k_p \sim 1/L \sim t^{-1/2} \quad \therefore \left| \frac{dk_p}{dt} \right| \sim t^{-3/2} \sim k_p^3$$

このとき、 $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk}{C_k(k)} = \frac{1}{k} - \frac{1}{k'} \sim \frac{1}{k} (k' \gg k)$ であるから、 $\frac{dS(k)}{dt} \sim \frac{\partial}{\partial k} \left\{ k' \int_{-\infty}^{\infty} S(k') dk' \right\}$ が予想される。なお、河床波発達の末期ではこの波数移行過程のみが残り、これもそれ自体が零となることで平衡波数域の平衡状態が形成される。このとき $\frac{\partial}{\partial k} \left\{ k' \int_{-\infty}^{\infty} S(k') dk' \right\} = 0$ より、スペクトルの「3乗則」($S(k) \sim k^{-3}$)が得られる。この時点においても余程高波数域では分散生成過程が残存し、一方 $k < k_c$ (限界波数)では逆散過程が望まう。今後(1)~(6)の

それぞれを評価した後の統合化、それらの変量についても検討してゆきたい。***参考文献: 1)上本:中川:36回特報, 2)中川:辻本:26回水研, 3)中川:辻本:土論305, 4)中川:辻本:土論241, 5)日野:J.H.M.N68, 6)中川:辻本:土論290, 7)中川:辻本:土論244, 8)中川:辻本:第57回水研, 9)中川:辻本:第58回水研1978.N76.



図7 管路実験

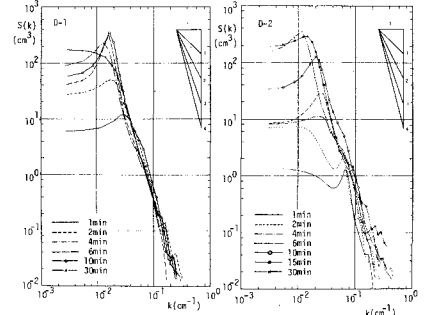


図8 管路内河床波のスペクトルの発達過程

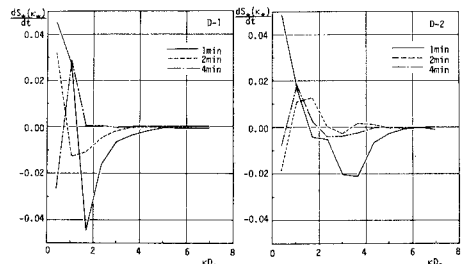


図10 管路内河床波の規格化されたスペクトルの波数増幅率(実験結果)

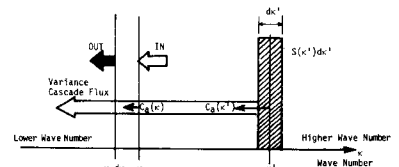


図11 波数移行過程の概念図

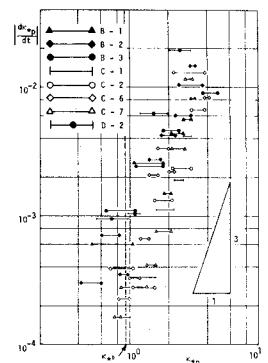


図12 ピークに着目した波数移行速度