II-275　わん曲部における水深平均水理量の遷移特性に関する解析

東京大学工学部土木工学科　正員　玉井 信行
建設省荒川上流工事事務所　正員　○池内 幸司

1. はじめに

連続したわん曲形状は蛇行と呼ばれ，河川では典型的な平面形状である。流れが流下方向に変化しないという前提条件下での横断面内の２次流については，多くの研究がある。しかし，わん曲部の流れの形成過程についてはまだ不明なところが多い。本論文では水深方向に平均化された水理量が，流れの方向にどのように変化するかを解析した。これは流速ベクトルの集中・発散過程がわん曲部の流れの基本として重要と考えた故である。

2. 摂動法によるわん曲部の流れの解析

2.1 座標系

水路中心軸と谷線とのなす偏角θは次式で示される。

$$\theta = \theta_0 \sin(2\pi S_c / L) \qquad (1)$$

ここに，θ_0は最大偏角，S_cは河道中心線に沿う距離，Lは中心線に沿う蛇行長を示す。蛇行流路曲線は水路中心軸の定義を与えるのみであり，平面内の任意点を表わすには不十分である。S_c軸と直交する直線をn_a軸とし，またn_a軸上でSaからの距離n_aが等しい点を連ねた曲線をSa軸とする。この(S_a, n_a)座標系は直交曲線座標を成す[1]。また，点(S_a, n_a)における曲率半径は$r_a = r_c + n_a$で表わされる[2]。ここにr_cは水路中心軸における曲率半径である。

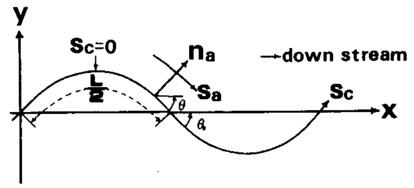

図-1 座標系の定義

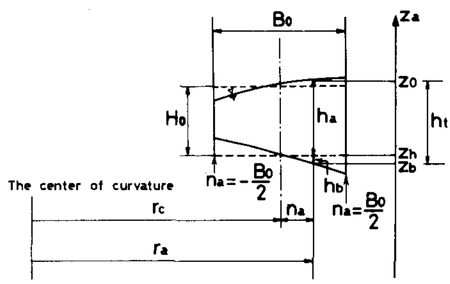

図-2 水路断面と記号

2.2 支配方程式及び前提条件

$$\frac{\partial h_t \overline{u_s}}{\partial S_a} + \frac{\partial h_t \overline{u_n}}{\partial n_a} + \frac{h_t \overline{u_n}}{r_a} = 0 \qquad （連続式） \qquad (2)$$

$$\frac{\partial h_t \overline{u_s^2}}{\partial S_a} + \frac{\partial h_t \overline{u_s u_n}}{\partial n_a} + 2\frac{h_t \overline{u_s u_n}}{r_a} + g h_t \frac{\partial h_a}{\partial S_a} + g h_t \frac{\partial z_h}{\partial S_a} + \frac{\tau_{so}}{\rho} = 0 \qquad （S_a方向運動量式） \qquad (3)$$

$$\frac{\partial h_t \overline{u_s u_n}}{\partial S_a} + \frac{\partial h_t \overline{u_n^2}}{\partial n_a} + \frac{h_t(\overline{u_n^2} - \overline{u_s^2})}{r_a} + g h_t \frac{\partial h_a}{\partial S_a} + \frac{\tau_{no}}{\rho} = 0 \qquad （n_a方向運動量式） \qquad (4)$$

$$\int_{-B_0/2}^{B_0/2} h_t \overline{u_s}\, d n_a = Q = V H_0 B_0 \qquad （代表流速V，代表水深H_0の定義） \qquad (5)$$

断面内の記号は図-2に示す通りで，上部のバーは水深平均，添字のs，nはSa成分，n_a成分を示す。τ_{so}，τ_{no}は底面におけるSa，n_a方向のせん断応力である。

速度相関についての仮定は，1) $\overline{u_s u_n} = \overline{u_s}\cdot\overline{u_n}$，2) $\overline{u_s^2} = (\overline{u_s})^2$，3) $\overline{u_n^2} = (\overline{u_n})^2$ である。第3の仮定は完全発達域では必ずしも正しくないが，この項のオーダーは小さいので結果への影響は無いものと考えている。$\tau_{no}/\rho \simeq 4f(\overline{u_s})^2 h_t / r_a$ と表わされ[1]，微小項であるのでこの項は無視される。fは摩擦抵抗係数である。

2.3 摂動解

ここでは平坦固定床，すなわち$h_b = 0$の場合の解を示す。式(2)～式(5)を無次元化する過程で得られる摂動パラメータεは，$\varepsilon = B_0/2R$であり，Rはわん曲頂部における最小の曲率半径である。

1次までの解は$u = \overline{u_s}/V$，$v = \overline{u_n}/V$，$h = h_a/H_0$として次式で示される。座標の無次元化は$s = S_c/R$，$n = 2n_a/B_0$であり，$k = 2\pi R/L$である。

$$
\begin{cases}
h = 1 + \varepsilon n F_r^2 \cos ks \\
u = 1 + \varepsilon n \left(A \sin ks + B \cos ks + C_3 e^{-cs} \right) \\
v = 0
\end{cases}
\tag{6}
$$

ここに，係数は次式で与えられる。

$$
\begin{cases}
A = kC\,(1+F_r^2)/2\,(C^2+k^2)\,, \quad B = \{C^2(F_r^2-1)/2 - k^2\}/\,(C^2+k^2) \\
C_3 = (u_{i1} - A \sin ks_0 - B \cos ks_0)\, e^{cs_0}, \quad C = fR/H_0\,, \quad F_r^2 = V^2/gH_0
\end{cases}
\tag{7}
$$

u_{i1} は上流端 $s=s_0$ における境界条件より定まる速度の1次成分である。

この解はEngelund[3]，池田ら[4]の解と形式的には一致している。しかし，係数A，Bの内容が異なる。それは従来の解が本質的には水路中心軸のみに対する解析となっていた故である。更に，ここでは上流端条件を考慮した解を得た。

2次の解も得られたが[1),2)]，ここでは紙面の都合で割愛する。また，河床形状が平坦でない場合の議論は別の論文[1)]に譲る。

3. 実験結果との比較および考察

従来公表されている実験例の代表としてRozovskii[5)]の結果と比較する。これは $\varepsilon = 0.564$ の場合であり，理論の適用性，特性を見るのに適していると考えられた故である。図-3に180°わん曲の平面形・観測位置と理論で前提とした蛇行流路曲線との類似度を示す。図-4に水深，図-5に水深平均の主流速の横断方向の分布が流下と共に変化してゆく様子を示す。

これらを見ると，水深についてはその値が大きなときは2次解が有効なことが分かり，流速については1次解でほぼ十分であることが分かる。また，わん曲のほぼ全域を通じて内岸側の流速が速いことが示され，これは平坦固定床の特徴と考えられる。全体を通じて，理論による予測値は実験値をよく説明できると言える。

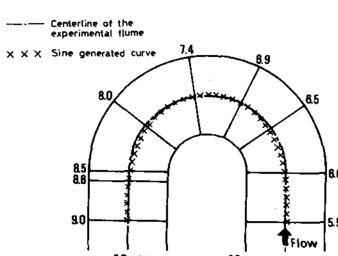

図-3 Rozovskii の実験水路の平面形状

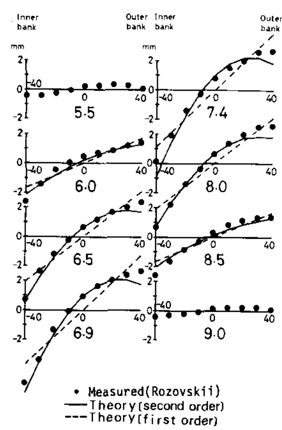

図-4 断面内水位偏差の遷移

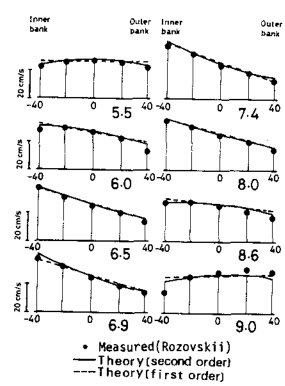

図-5 主流速の横断分布の遷移

参考文献

1) 池内・玉井：主流の遷移過程に着目したわん曲部の流れの解析，土木学会論文報告集 投稿中.
2) 池内：連続わん曲部における流れとその遷移過程の解析，東京大学修士論文，156p.，1982.
3) Engelund：Flow and bed topography in channel bends，Proc. ASCE，J. Hyd. Div. 100，HY11，1631-1647，1974.
4) 池田・日野・吉川：河川の自由蛇行に関する理論的研究，土木学会論文報告集，255号，63-73，1976.
5) Rozovskii：Flow of Water in Bends of Open Channels，Israel Program for Scientific Translations，233p.，1961.