

正員 森 明 巨
正員 岸 力

1. はじめに

河道弯曲部の河床変動を予測するには、まず流れの構造を知らなければならぬ。数値計算法は、これを求める有力な方法であると考えられる。1980年 Kalkwijk と Friend⁽¹⁾ は、これにフリエッツの計算法を提案した。(以下では、これを KVF法と呼ぶ) 著者らは、KVF法を幾つかの弯曲流れに適用してみ、KVF法では、横断方向の流速 V を正確に求められぬことを知った。この原因が運動方程式の近似の仕方にあると考え、この点の改良を試みた。(便宜上これを MK法と呼ぶことにする)

2. MK法の概要

基礎方程式 座標系を図1の様に取る。流れの運動方程式及び連続の式を深さ方向に平均したものを (1), (2), (3) 式で表わす。

$$U \frac{\partial U}{\partial S} + V \frac{\partial U}{\partial n} + \frac{UV}{r} + \frac{1}{rh} \frac{\partial rhX}{\partial n} + \frac{X}{r} + \frac{f}{h} U^2 + g \frac{\partial \delta}{\partial S} = 0 \quad (1)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial S} + V \frac{\partial V}{\partial n} - \frac{U^2}{r} + \frac{1}{h} \frac{\partial hX}{\partial S} + \frac{f}{h} UV + g \frac{\partial \delta}{\partial n} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial hU}{\partial S} + \frac{1}{r} \frac{\partial rhV}{\partial r} = 0 \quad (3)$$

ここに、 U, V : それぞれ S, n 方向の平均流速、 f : 摩擦係数、 δ : 水位、であり、 X は、 S, n 方向の流速を U, V とおくと

$$\overline{U \cdot V} = U \cdot V + X \quad (4)$$

が定義される。— は、河床から水面までの平均値も意味する。

(1), (2) 式を、それぞれ S, n で偏微分して加えたものを $g \left[\frac{\partial^2 \delta}{\partial S^2} + \frac{\partial^2 \delta}{\partial n^2} \right] = F$ (5) とおき、 F より U, V の二階微分の項を消去する。(1), (2), (5) 式を差分化する。

方程式の差分化 河道平面を図2に示す様に、河道中心線に平行な曲線群及びこれに直交する曲線群で分割しこれらの交点を計算点とする。(1), (2) 式を陰形式の差分に展開する。差分例を示すと、

$$U \frac{\partial U}{\partial S} \rightarrow \frac{U_{2,J} + \tilde{U}_{2,J+1}}{2} \frac{U_{2,J+1} - U_{2,J}}{\Delta S} \quad U \frac{\partial U}{\partial n} \rightarrow \frac{U_{2,J} + \tilde{U}_{2,J+1}}{2} \frac{(U_{2,J+1} + U_{2,J+1}) - (U_{2-1,J} + U_{2-1,J+1})}{2 \times \Delta n}$$

ここで、 $\tilde{U}_{2,J+1}$ は $U_{2,J+1}$ の予測値で (3) 式を差分化して求める。(5) 式の差分は、図2中に示した $\circ, \bullet$ 印地差の諸量を用いて $\bullet$ 印地差の水位を求める形に展開する。

境界条件 流路の上下流端及び左右岸での水位、上流端での $U, V (=0)$ 及び左右岸での $V (=0)$ を与える。

下流端：計算の対象となる流路の下流端と同じ断面形の流路を適當な距離付け加え、計算上の下流端水位として等流の水位を与える。

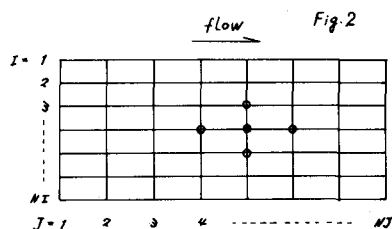
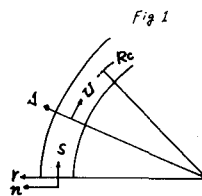
上流端： $J=2$ の流量が所定の流量になる様に上流端の水位を調節する。

左右岸： $I=1, 2$ の間で (2) 式を差分化し、これをより左岸の水位を用いる。右岸に同じである。

初期水位 流路中心部の曲率半径を R_c 、計算上のこれを R_{oc} とおき、両者の関係を (6) 式で与える。

$$R_{oc}(m) = \beta(m) \cdot R_c \quad (6) \quad \text{ここで、} m: \text{線径比近さし数、} \beta: \beta \geq 1 \text{ であり、} m \geq m_c \text{ 則ち } \beta=1, m=1$$

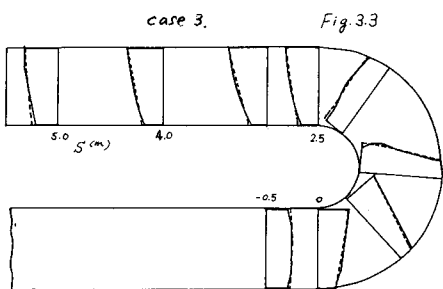
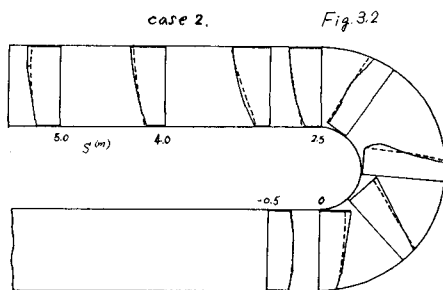
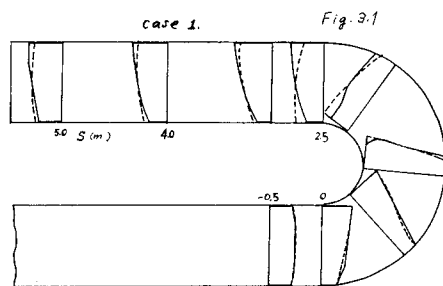
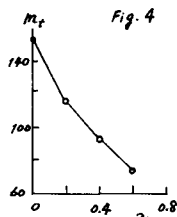
では $\beta \gg 1$ とし、計算上の流路が直線河道とみ出し得る程度にする。この様な仮想流路の初期水位として、 $J=2045t$ 、 $\delta = 2045t$ を与える。 J 方向の変化は、通常の不等流計算などに求めたものと与える。



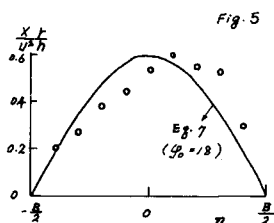
3. Rozovskii²⁾の実験(RUN-8)への適用

実験条件 水路平面形を図3に示す。 $R_c = 0.8m$, 川巾 $B = 0.8m$, 流量 $Q = 12.3 \text{ l/sec}$, 水深 $h = 6.3 \text{ cm}$ である。

計算条件 格子点数は, $NI = 11$, $NJ = 49$ である。計算には, 加藤リ-カマン法(パラメタを λ と μ を用い, あるステップでの計算値と次のステップの計算値との差の絶対値が, 総ての計算点で $1/100 \text{ mm}$ 以下になった時点で打ち切った。このときの $m = m_t$ と λ の関係を図4に示す。 $\lambda = 0.6$ が最良であった。



計算結果 図3.1に $X = 0$ とし Y と h の計算値(実線)と実測値(点線)の比較を示した。図から, 彎曲部の出口において両者の傾向が逆であることがわかる。



X を(7)式で近似する。

$$X = X_0 \cos \pi y/B \quad (7)$$

ここで, X_0 はス矩形水路中央部での X の推定値。 $\cos \pi y/B$ は, 側壁が直立壁であることも考慮した補正である。図5に X の実測値(dataは池田³⁾)と(7)式の比較を示したが, 図からわかる通り, 両者は良く一致している。この X を用いたときの Y の計算値を図3.2に示した。

図3.3は, 流路の曲率が変化する場合の二次流の強度の変化(表岸⁴⁾)を考慮したときの Y の計算値を示したものである。

これらの図から, X の方向, 更に S 方向の変化を考慮すると, Y の計算値が実測値とより良く一致するのがある。図6は, 左右岸水位の実測値と, case 3 で得た計算値とを比較したものであるが, 図からわかる通り両者は良く一致している。

以上の結果から, MK法により彎曲流の精度良い予測が可能と判断した。図7に V の計算値を示した。 $S = 0$ は $V < 0$ ($S = 0$ において左岸より右岸であるため), $S = 0$ からは突然向心力が生ずるため $\partial V / \partial S \gg 0$ 。彎曲部出口においても同様のことが起こる。この彎曲部内では $V \approx 0$ となる領域は狭い。

4. おわりに

KV法では, (6)式から, (V に因る項を無視して)水面形を求めたことを(V は(5)式から求める), S 軸の取り方が結果に大きく影響する。MK法ではこの点に関する問題がなく, 河道平面形が複雑な自然河道に対しても良好な結果が期待できる。

参考文献 1) Kalkwijk & Vriend, J.H.R, vol.18 '80, 2) Rozovskii, Israel Program '61, 3) 池田, 土論集 40.219 '73, 4) 表岸, 初回水講録

