

1. はじめに 開水路弯曲部においては螺旋流が発達し、流れはいわば三次元的になる。主流の横断方向への分布としては曲率半径に反比例する自由渦型、それに比例する強制渦型の分布等が知られている。

主流の鉛直方向についての分布に関しては対数則が成り立つともされている^{1), 2)}。この場合のKarman定数Kの値については、管路におけるNikuradseの実験に一致するとされる $K=0.4$ よりも大きな値の方が適当であるとも考えられている。たとえばKozovskiiによると $K=0.4 \sim 0.6$ のうち平均的な値として $K=0.5$ を用いている。

浮遊砂を含む流れの場合にもKarman定数の値が変化するとされているが、弯曲流の場合においても乱れの構造が変化すると考えられ、流れが弯曲部を流下するに従いKarman定数の値が徐々に大きくなるようである。この点について実験値と対応させながら流下方向の運動方程式を基にして検討を行なった。

2. 基礎式とその計算 流下方向の運動方程式は圧力項と摩擦項とが釣り合うとすると、円筒座標を用いてつぎのように表わされる。

$$v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + v_\theta \frac{\partial v_\theta}{\theta \partial \theta} + v_z \frac{\partial v_\theta}{\partial z} + \frac{v_r v_\theta}{r} = 0 \quad \text{----- (1)}$$

ここに v_r , v_θ , v_z はそれぞれ r , θ , z 方向の流速成分である。

主流 v_θ の鉛直方向の分布についてはつぎのように表わした対数則を考える。

$$\frac{v_\theta}{v_m} = 1 + \frac{\sqrt{g}}{KC} (\ln \eta + 1) \quad \text{----- (2)}$$

ここに v_m は鉛直方向に平均した流速、KはKarman定数、 $C/\sqrt{g}$ は無次元Chezy係数、 $\ln$ は自然対数、 η は無次元鉛直座標である。

二次流 v_r については簡略化した η の一次式を用い、 v_z については η の二次式で表わされるものを使い、 v_θ の横断方向についての分布は自由渦型であるとして式(1)は

$$\frac{\partial (v_\theta)^2}{\partial \theta_1} = \frac{3}{K^3} (1 - \eta) \quad \text{----- (3)}$$

となる。ここに v_θ は $v_\theta = v_\theta / v_m$, θ_1 は $\theta_1 = \theta(\sqrt{g}/C)(h/r)$ である。

式(3)から明らかなように η が小さい程 v_θ の増加の割合が大きいことになり、 v_θ の鉛直方向についての分布は流下するにつれて平均化するように変る。

Karman定数の値が流下方向へどのように変化するかについての計算はつぎのように行なう。まず自由渦型分布をすとみることでできる範囲内における平均の $C/\sqrt{g}$, h/r を計算する。つぎに式(3)から η のおおのの値に対する $\Delta(v_\theta)^2$ を求める。そして $\Delta\theta_1$ だけ隔てた位置での η と v_θ との関係を得る。そこでの $\ln \eta$ と v_θ は式(2)におけるように直線関係にあると考える。したがって最小自乗法によりその勾配を決めると、それが $\sqrt{g}/KC$ に等しいからこの位置でのKの値を求めることができる。

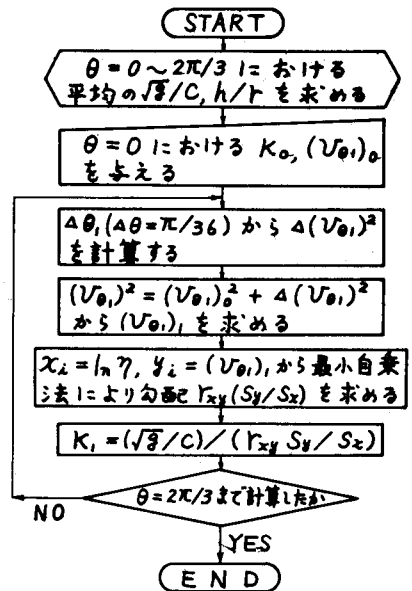


図-1 計算方法

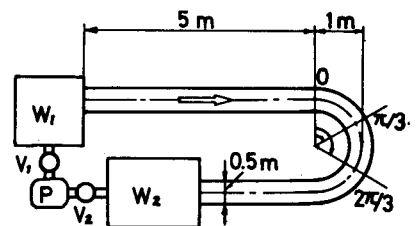


図-2 実験水路

直線部と彎曲部との境界から計算を始めることにし、その位置での K の値は $K=0.4$ とする。計算手順を流れ図で示すと図-1のようである。

3. 実験値との比較 実験には図-2に示されているような水路底が水平な鋼製水路を用いた。 W_1 , W_2 は水槽, V_1 , V_2 はバルブ, P はポンプおよびモーターを示している。水路は 180° の彎曲角の曲線部の前後にそれぞれ 5 m , 2.5 m の直線部が接続している。水路中心における曲率半径は 1 m で彎曲部の長さは中心部で約 3.14 m である。水路の底に中央粒径が $d_{50}=0.72\text{ mm}$ の砂を約 8 cm 敷き均して水を流下させた。

彎曲角が 120° 度以降の部分においては下流の直線部の影響が大きくなってきて、主流の横断方向への分布が自由渦型と見做せないようであるため対象としたのは彎曲角が 0° 度から 120° 度までとした。

実験に用いた水理量としては流量が $Q=205\text{ L/S}$, 平均水深が $\bar{h}_m=14.1\text{ cm}$, フルード数が $F_r=0.265$, レーノルズ数が $Re=4.85 \times 10^4$ であり、平均値として $\sqrt{\nu}/C=0.04472$, $h/r=0.141$ であった。

主流速度の測定は図-2にも示されているように彎曲角が 0° 度, 60° 度, 120° 度の位置で水路の中央において鉛直方向に6, 7点で行なった。それぞれの位置での測定値が図-3に鉛直方向に平均した値で無次元化したものについて示してある。これらの鉛直分布を詳細に検討してみると彎曲角が大きい値の位置におけるもの程、鉛直方向に均一化していることが解る。

その点については流下方向の運動方程式から得られる基礎式(2)を数値計算してKarman定数の値が流下方向へ徐々に大きい値になってくると符合している。すなわち式(2)において K が大きくなれば V_0/V_m は1に近づくことになる。

48 を 5° 度($\pi/36$)にひとつ図-1に示されているような手順で計算すると最初彎曲角が 0 においては $K=0.4$ であった値が 60° 度($\pi/3$)の位置では $K=0.514$, 120° 度($2\pi/3$)の位置では $K=0.601$ となった。

実験値を計算値と比較してみると図-3に示されているように各位置における場合ともよく一致しているようである。

4. おわりに 彎曲水路における主流速度は鉛直方向にも横断方向にも分布している。そして流下するに従い二次流が発達してくることもあって主流の速度分布は変化してくる。二次流の発達を乱れの構造の変化に対応させて、Prandtlによる混合距離 $l=Ky$ における定数 K の変化とみる事ができるとする。

等流とした θ 方向の運動方程式から得られる K の変化を求める基礎式(3)を数値計算すると K の値は直線部における $K=0.4$ から徐々に変化して、彎曲角が 120° 度の位置においては $K \approx 0.6$ となった。これらの値を用いて式(2)による対数分布を示すと図-3のようであり、実験値ともよく一致する結果が得られた。

参考文献 1) Rozovskii, I. L., : Flow of Water in Bends of Open Channels. 2) 彎曲水路の河床変化について. 3) 浮遊砂を有する水流の諸特性について.

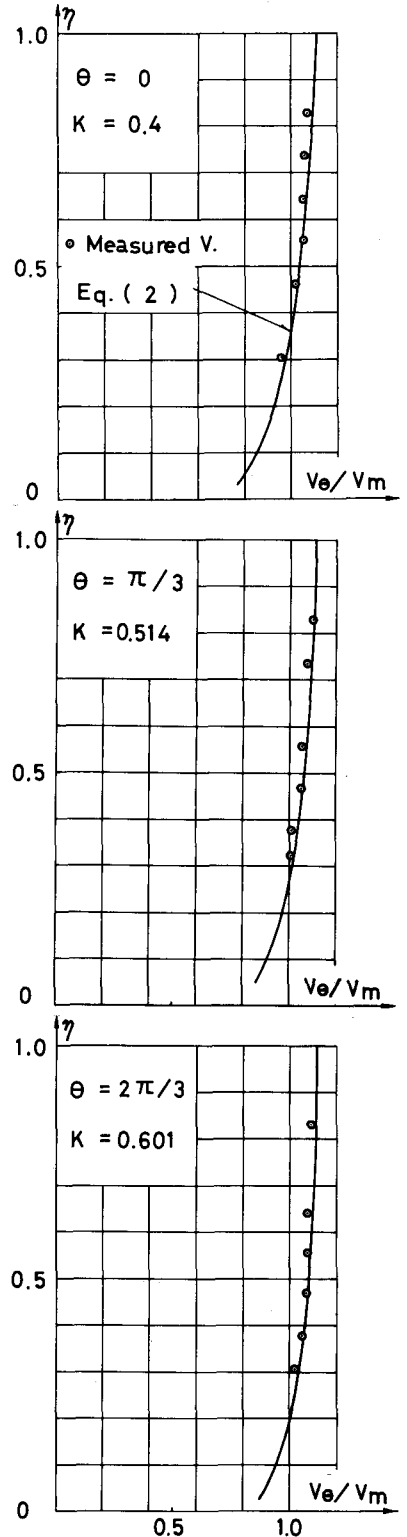


図-3 主流速度の鉛直分布