

1. はじめに

浮流土砂量の計算は Einstein の方法および Lane-Kalinske の方法が広く用いられている。これらの浮流土砂量の計算に含まれる積分は Simpson 法などによって数値計算し、曲線化されている。⁽¹⁾⁽²⁾ 通常はこの曲線から数値を読み取り、土砂量の式に入れて計算される。

現在では広くプログラマブルポケット電卓(ポケット型電子式卓上計算機)が使用されるようになった。実用上の観点から、これを用いて浮流土砂量の直接計算をすることを考えてみよう。

著者は先に⁽³⁾⁽⁴⁾ 積分の計算を Simpson 法によらずに、Gamma 関数、Beta 関数などの変形による計算法を示した。その計算法について適用範囲を若干修正し、また文献(3)はミスプリントが目立つので、ここに改めて実用に便利のように式を再記した。また Einstein 法によるときに、一貫した直接計算をする意味から、その粗滑遷移領域におけるパラメーターをひとつの近似式で表わした。このようにして計算した結果のいくつかの図を示した。

2. 理論式

a.) Einstein 法

理論的には $z = W/(R\delta)$ が整数でない全範囲に對し(ただし実用計算においては、例えば $z=1$ のとき $z = 0.9999$ または 1.0001 とすれば十分な精度で計算できる),

$$\frac{i_s q_s}{i_b q_b} = \ln\left(\frac{30.2 h z}{d_{65}}\right) I_1 + I_2 = \left(1 + \frac{Rv}{v_*}\right) I_1 + I_2 \quad (1)$$

$$I_1 = \frac{1}{11.6 R} \frac{A^{z-1}}{(1-A)^z} J_1, \quad I_2 = \frac{1}{11.6 R} \frac{A^{z-1}}{(1-A)^z} J_2 \quad (2)$$

$$J_1 = \frac{8\pi}{\ln 8\pi} - A^{(1-z)} \left\{ \frac{1}{1-z} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\prod_{i=1}^n (n-i-z)}{n!(n+1-z)} A^n \right\} \quad (3)$$

$$J_2 = - \left\{ \frac{1}{(1-z)^2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\prod_{i=1}^n (n-i-z)}{n!(n+1-z)^2} \right\} - \ln A \cdot A^{(1-z)} \left\{ \frac{1}{1-z} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\prod_{i=1}^n (n-i-z)}{n!(n+1-z)} A^n \right\} \\ + A^{(1-z)} \left\{ \frac{1}{(1-z)^2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\prod_{i=1}^n (n-i-z)}{n!(n+1-z)^2} A^n \right\} \quad (4)$$

こゝで q_s : 単位幅当たりの全浮流土砂量, i_s : 浮流砂中に含まれる任意土砂の割合, q_b : 単位幅当たりの掃流砂量, i_b : 掃流砂の中に含まれる任意土砂の割合, h : 水深, W : 土砂沈降速度, d_{65} : 底質の 65% 粒径, R : Karman 定数, v : 平均流速, v_* : 摩擦速度, $A = a/h$, a : 河床から浮流限界までの高さ。

なお、式(1)は少く変えて次式のように表わすこともできる。

$$q_s = q_a \left(\frac{\alpha}{h-\alpha} \right)^2 \left\{ \left(1 + \frac{v_*}{Rv} \right) J_1 + \frac{v_*}{Rv} J_2 \right\} = q_a \left(\frac{\alpha}{h-\alpha} \right)^2 E \quad (5)$$

q_s : 単位幅当たり任意土砂の浮流土砂量, α : 河床から濃度測定位置までの高さ。

また粗滑パラメーターを x とすると x は下記式で近似する。

$$\left. \begin{aligned} x &= -2.803 \mathcal{P}'(1, y) - 0.618 \\ \mathcal{P}'(1, y) &= \ln y (1 - e^{-y}) - \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} y^n / (n! \cdot n) \\ y &= R_s / \delta = d_{65} v_* / (11.6 v) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$\gamma'(1, y)$: 不完全 Gamma 関数をパラメータで微分し, パラメータを1に置いたもの。

b.) Lane-Kalinske 法

$$\left. \begin{aligned} q_s &= q C_0 \exp\left(\frac{6W\alpha}{Rv_*h}\right) \cdot P = q C_0 P \\ C_0 &= 5.55 \Delta F(W) \left[\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2\alpha}{W}\right) \exp\left\{-\left(\frac{W}{2\alpha}\right)^2\right\} \right]^{1.16} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} P &= \left(1 + \frac{2\alpha}{Rv_*}\right) \frac{1}{K} (1 - e^{-K}) - \left\{1 + \frac{2\alpha}{Rv_*} (1 - \ln A)\right\} \frac{1}{K} (1 - e^{-KA}) \\ &\quad - \frac{2\alpha}{Rv_*} \frac{1}{K} \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{K^n}{n! \cdot n} - \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{(KA)^n}{n! \cdot n} \right\} \end{aligned} \quad (8)$$

上式は浮流限界を考慮した式である。こゝで

$$K = 6W/(Rv_*), \quad v_*/(Rv_*) = \sqrt{g} \cdot n / (R h^{1/6}) \quad (9)$$

3. 計算例

以上の諸式を用いて計算し, 図化した例が次の諸図である。Fig. 1 は浮流限界を無視し, $A=0$ とし全水深についての計算曲線である。Fig. 2 は流速の点の位置を浮流限界として計算した曲線で, 同一条件ならば最も大きな値を与える。

3. Fig. 3 は

$A=10^{-2}$ および

$A=10^{-4}$ として

浮流限界を与えた

計算曲線である。

Fig. 4 は粗河

移換域に対する α

値の Einstein の

示した

曲線に

対し式

(6) に

よる計

算値を

黒丸で

示した

。Fig.

5は式

(8) に

よる P の計算曲線, Fig. 6 はこれらの諸式を用いた P' の計算曲線である。

Fig. 1 ~ 3 に明らかなように, Einstein 法によると式(5)の E は $W/2\alpha$

≤ 0.1 であれば, $R, v_*/v_*, A$ などに関係なくほぼ 1.0 とし大差なく

$q_s/q \div C_d \{ \alpha / (h - \alpha) \}^2$ となる。

参考文献: 1) Einstein: Dept. of Agric. Tech. Bull., 1950. 2) Lane,

Kalinske: Trans AGU, 1941. 3) 著者: 新砂防, 1957. 4) 著者: 土木論文集, 1958.

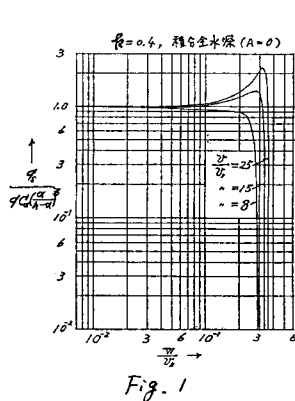


Fig. 1

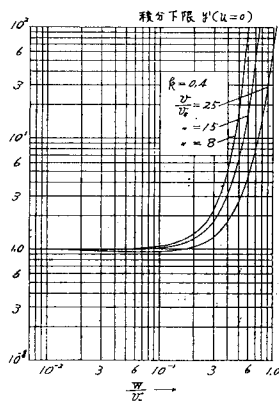


Fig. 2

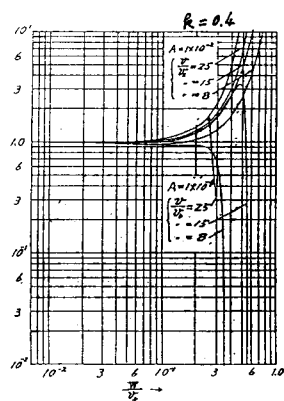


Fig. 3

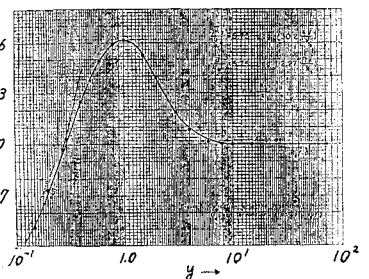


Fig. 4

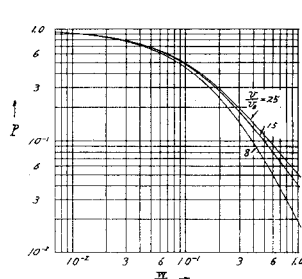


Fig. 5

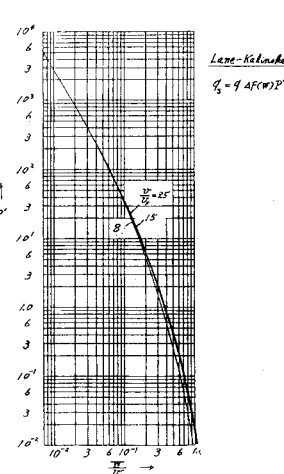


Fig. 6