

京都大学大学院 学生員 細田 尚  
京都大学工学部 正員 岩佐 義朗

1. はじめに; 本研究は、交互砂州のような、三次元的な路床をもつ開水路流れの基本的な特性について、検討したもので、鉛直面内の二次元波状路床上的の流れと同様の、共鳴関係、位相差が得られた。

2. 基礎式; 基礎式は、著者が、水平路床に対して導いた<sup>(1)</sup>、鉛直加速度を考慮した平面流れの基礎式を、路床変動のあるばあいには拡張したものである。以下に、誘導過程を簡単に示す。用いた座標系と記号の説明を、Fig-1 に示す。

流速分布を次のように仮定する。

$$\frac{u}{U} = f(n), \quad \frac{v}{V} = f(n) \quad (1)$$

ここに、 $n = (z + z_b)/h$ ,  $U, V$ ;  $u, v$  を水深方向に平均した流速。

$$(1) \text{式を、連続式} \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (2)$$

に代入し、 $\int_z^{z_b} \cdot dz$  ( $s$ ; surface) の積分を行うことで、次式を得る。

$$w = f(n) \cdot n \cdot \left( U \frac{\partial h}{\partial x} + V \frac{\partial h}{\partial y} \right) - f(n) \left( U \frac{\partial z_b}{\partial x} + V \frac{\partial z_b}{\partial y} \right) \quad (3)$$

ここで、水深方向に一樣流速 ( $f(n)=1$ ) を仮定して、鉛直方向の運動方程式

$$u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{\partial}{\partial z} \left( \Omega + \frac{p}{\rho} \right) \quad (4)$$

に代入し、 $\int_z^{z_b} \cdot dz$  の積分をすれば、圧力  $p$  について、

$$\begin{aligned} \frac{p}{\rho} = & g \cos \theta (h - z_b - z) - U A \frac{\partial h}{\partial x} \left( \frac{1}{2} - \frac{n^2}{2} \right) + U A \frac{\partial z_b}{\partial x} (1-n) + U h \frac{\partial A}{\partial x} \left( \frac{1}{2} - \frac{n^2}{2} \right) - U h \frac{\partial B}{\partial x} (1-n) \\ & - V A \frac{\partial h}{\partial y} \left( \frac{1}{2} - \frac{n^2}{2} \right) + V A \frac{\partial z_b}{\partial y} (1-n) + V h \frac{\partial A}{\partial y} \left( \frac{1}{2} - \frac{n^2}{2} \right) - V h \frac{\partial B}{\partial y} (1-n) + A^2 \left( \frac{1}{2} - \frac{n^2}{2} \right) - A B (1-n) \end{aligned} \quad (5)$$

が得られる。ここに、 $A = U \frac{\partial h}{\partial x} + V \frac{\partial h}{\partial y}$ ,  $B = U \frac{\partial z_b}{\partial x} + V \frac{\partial z_b}{\partial y}$ 。

(5)式を、平面流れのコントロール・ボリューム<sup>(2)</sup>で積分された、 $x, y$  方向の運動量方程式に代入すれば、次のような基礎式が得られる。ただし、(6)式は、連続式である。

$$\frac{\partial(Uh)}{\partial x} + \frac{\partial(Vh)}{\partial y} = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial(U^2h)}{\partial x} + \frac{\partial(UVh)}{\partial y} + \frac{\partial P}{\partial x} - \left( \frac{p}{\rho} \right)_b \frac{\partial z_b}{\partial x} = gh \sin \theta - \frac{\tau_x}{\rho} \quad (7)$$

$$\frac{\partial(UVh)}{\partial x} + \frac{\partial(V^2h)}{\partial y} + \frac{\partial P}{\partial y} - \left( \frac{p}{\rho} \right)_b \frac{\partial z_b}{\partial y} = - \frac{\tau_y}{\rho} \quad (8)$$

ここに、 $P = \int_{-z_b}^{h-z_b} \frac{p}{\rho} dz$ ,  $b$ ; 水路床を表わす。

3. 解析方法とその結果; 本研究で対象とするのは、 $x$  方向にのみ主流  $U$  をもつばあいであり、そのとき、 $U = U_0 + u'$ ,  $V = v'$ ,  $h = h_0 + h'$  とし線形化し、 $h'$ ,  $z_b$  に関する式を導けば、次のようになる。ただし、次

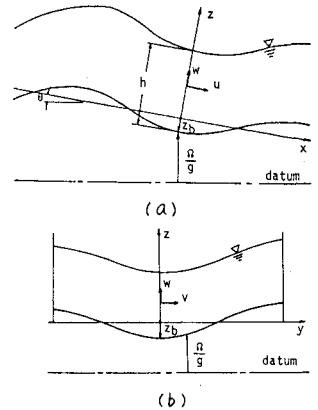


Fig-1

のように無次元化している。また、 $u_c = f \sqrt{U^2 + V^2} U$ ,  $v_c = f \sqrt{U^2 + V^2} V$  としている。

$$h' = \eta \cdot h_0, z_b = \delta \cdot h_0, x = h_0 \cdot \sigma, y = h_0 \cdot \xi, Fr_0 = U_0 / \sqrt{g h_0 \cos \theta}$$

$$\begin{aligned} & \frac{Fr_0^2}{3} \left( \frac{\partial^2 \eta}{\partial \sigma^2} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial \sigma^2 \partial \xi^2} \right) + f \frac{Fr_0^2}{3} \left( \frac{\partial^2 \eta}{\partial \sigma^4} + 2 \frac{\partial^2 \eta}{\partial \sigma^2 \partial \xi^2} \right) + \left\{ (1 - Fr_0^2) \frac{\partial^2 \eta}{\partial \sigma^2} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial \sigma^2 \partial \xi^2} \right\} + f \left\{ (1 - 4 Fr_0^2) \frac{\partial^2 \eta}{\partial \sigma^2} + 2 \frac{\partial^2 \eta}{\partial \xi^2} \right\} - 3 f^2 Fr_0^2 \frac{\partial^2 \eta}{\partial \sigma^2} \\ & = \frac{Fr_0^2}{2} \left( \frac{\partial^2 \delta}{\partial \sigma^2} + \frac{\partial^2 \delta}{\partial \sigma^2 \partial \xi^2} \right) + f \frac{Fr_0^2}{2} \left( \frac{\partial^2 \delta}{\partial \sigma^4} + \frac{\partial^2 \delta}{\partial \sigma^2 \partial \xi^2} \right) + \left( \frac{\partial^2 \delta}{\partial \sigma^2} + \frac{\partial^2 \delta}{\partial \sigma^2 \partial \xi^2} \right) + f \left( \frac{\partial^2 \delta}{\partial \sigma^2} + 2 \frac{\partial^2 \delta}{\partial \xi^2} \right) \end{aligned} \quad (9)$$

路床を、 $z_b = z_b \cos(k_y y) \cdot \exp(i k_x x)$  で表わるとき、 $h'$  は  $h' = h' \cos(k_y y) \cdot \exp(i k_x x + \phi_h)$  と表わされる。 $\phi_h$ ;  $z_b$  と  $h'$  の位相差である。 $z_b$ ,  $h'$  を、(9)式に代入して、若干の計算の後、振幅比  $h'/z_b$ , 位相差  $\phi_h$  について、次式が得られる。その際、 $f^2$  の項は十分小さいとして無視されている。

$$\left( \frac{h'}{z_b} \right) = \frac{\sqrt{\left\{ \left[ 1 - \frac{1}{2} Fr_0^2 (k_x h_0)^2 \right] \left\{ 1 + \left( \frac{k_y}{k_x} \right)^2 \right\} \right\}^2}}{\sqrt{\left[ Fr_0^2 - \left\{ 1 + \left( \frac{k_y}{k_x} \right)^2 \right\} + \frac{1}{3} Fr_0^2 (k_x h_0)^2 \left\{ 1 + \left( \frac{k_y}{k_x} \right)^2 \right\} \right]^2}} \quad (10)$$

$$\cos \phi_h = \frac{z_b}{h'} \frac{\left\{ 1 + \left( \frac{k_y}{k_x} \right)^2 \right\} \left\{ 1 - \frac{1}{2} Fr_0^2 (k_x h_0)^2 \right\}}{Fr_0^2 - \left\{ 1 + \left( \frac{k_y}{k_x} \right)^2 \right\} + \frac{1}{3} Fr_0^2 (k_x h_0)^2 \left\{ 1 + \left( \frac{k_y}{k_x} \right)^2 \right\}}, \quad \sin \phi_h = \frac{z_b f}{h' k_x h_0} \frac{Fr_0^2 \left\{ 3 + 2 \left( \frac{k_y}{k_x} \right)^2 \right\} \left\{ 1 - \frac{1}{2} Fr_0^2 (k_x h_0)^2 \right\}}{Fr_0^2 - \left\{ 1 + \left( \frac{k_y}{k_x} \right)^2 \right\} + \frac{1}{3} Fr_0^2 (k_x h_0)^2 \left\{ 1 + \left( \frac{k_y}{k_x} \right)^2 \right\}} \quad (11)$$

水路幅を  $B$  として、 $k_y = 2\pi h_0 / (2B)$  とすれば、交互砂州状の路床に対応する。また、上式で、 $k_y = 0$  とすれば、鉛直面内の二次元波状路床上の結果と一致する。

(10) 式より、共鳴関係は、

$$Fr_0^2 = \frac{\sqrt{1 + \left( \frac{k_y}{k_x} \right)^2}}{\sqrt{1 + \frac{1}{3} (k_x h_0)^2 \left\{ 1 + \left( \frac{k_y}{k_x} \right)^2 \right\}}} \quad (12)$$

となり、三次元性のパラメータ  $k_y/k_x$  に依存することになるが、

$h'/z_b = 0$  となる関係式

$$Fr_0^2 = \frac{\sqrt{2}}{k_x h_0} \quad (13)$$

は、 $k_y/k_x$  に依存しない。(12),

(13) 式を Fig-2 に示した。

次に、 $\phi_h$  と  $h'/z_b$  の一例を、 $k_x h_0 = 1$ ,  $f = 0.01$  に対して、Fig-3, 4 に示した。

4. おわりに; 今後、理想的な交互砂州形状をもつ固定路床上の流れについて、実験と比較、検討したい。

参考文献; (1) 岩佐, 細田; 第26回水理講演会論文集, 1982.

(2) 岩佐; 水工学シリーズ 80-A-3, 1980

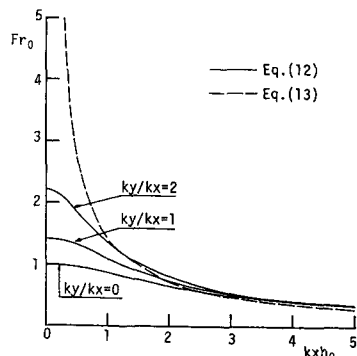


Fig. 2

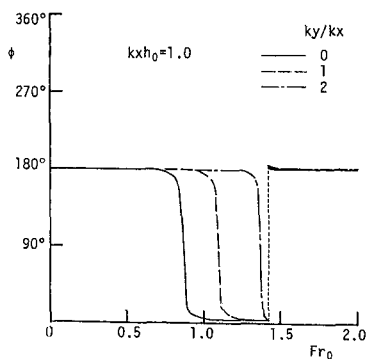


Fig-3

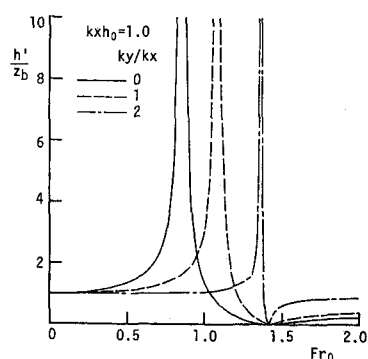


Fig-4