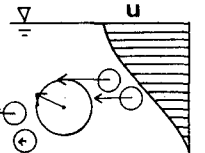
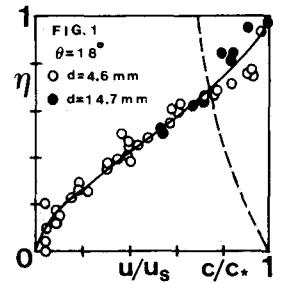


九州大学工学部 正会員 橋本 晴行
九州大学工学部 正会員 橋 東 一 郎
福岡県 正会員 岡田 裕彰

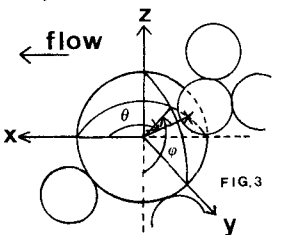
著者らは先に¹⁾、巨レキの土石流先端への集中について、実験的研究を行い、巨レキの先端集中が流動層における送グレイディング現象(大粒子ほど表面に存在する)によっていることを明らかにした。それは大粒子が多い場合、衝突・接触する大粒子間の間げきが「ふるい目」の役割をなし、その間げきをぬって小粒子が下方へ落下することにより、他方小粒子が多い場合、大粒子の上昇によって生じるが、その上昇機構は明らかではなかった。さらに粒径比 d_L/d (d_L : 大粒子径, d : 小粒子径) が大きい程、あるいは低勾配ほど先端への巨レキの輸送割合が大きくなるなど、そのメカニズムは不明であった。したがって本研究は、小粒子が多い場合の土石流における大粒子の上昇機構について、粒径比や河床勾配 θ の影響を理論的に検討したものである。

考 察

小粒子が多い場合の土石流の流速分布の実験値を図1に示す。図中の実線・破線は先に著者らが発表²⁾した均一粒径の土石流における流速・濃度分布の理論曲線である。このような流れにおいては、表面ほど粒子速度 u は速く、濃度 c はうすくなっている。この流れに大粒子が1個存在するものとして近似するならば、大粒子は流れ方向には、その中心の位置と同じ高さの周辺の流れ速度を、流れに垂直上向きには u_L という上昇速度をもって移動している(図2)。このとき大粒子の上部と同じ高さの周辺粒子とは大きな速度差が存在し、その結果周辺小粒子は大粒子に衝突する。大粒子の下部についても同様である。衝突後小粒子は反撥せず大粒子に沿った運動をしてゆくの、大粒子は周辺小粒子から衝突時の衝突力と衝突後の接触力を受ける。大粒子の上昇は、このような力の作用によるものと考えられ、以下において各々の力について考察を加える。



1) 衝突力 F : 衝突力は小粒子の1回の衝突による大粒子の運動量変化に単位時間当りの小粒子の衝突回数に乗じたもので求められる。即ち大粒子と小粒子の衝突前後の速度を各々 U_L , U_L' および U_L , U_L' とすると、大粒子が1回の衝突で受ける力積は $M_L(U_L' - U_L) = \{MM_L/(M+M_L)\}[(U_L - U_L') \cdot n](n - \mu \delta) \dots (1)$, ここに μ : まさつ係数, $n = (\cos \theta, \sin \theta \sin \varphi, -\sin \theta \cos \varphi)$: 大粒子の中心から衝突点に向う単位ベクトル(図3), δ : 小粒子のすべり方向の単位ベクトル, M, M_L : 小粒子, 大粒子の土石流中におけるみかけの質量で、小粒子濃度の関数である。小粒子が単位時間当りに大粒子の $\theta \sim \theta + d\theta$, $\varphi \sim \varphi + d\varphi$ の微小領域に衝突する回数は $dn = -\hat{d}^2 \sin \theta \cos \varphi n \cdot (U_L - U_L') N$ であるから、微小領域に作用する力は $\delta F = M_L(U_L' - U_L) dn = -\hat{d}^2 \{MM_L N / (M+M_L)\} [(U_L - U_L') \cdot n]^2 (n - \mu \delta) \sin \theta \cos \varphi \dots (2)$, ここに $\hat{d} = (d+d_L)/2$, N : 単位体積当りの小粒子数で、小粒子濃度の関数である。(2)式を衝突領域にわたって積分するが、その範囲で速度勾配や濃度が変化するので、それを考慮すると、(2)式における $U_L - U_L'$, $MM_L N / (M+M_L)$ はそれぞれ大粒子の中心のまわりでテーラー展開して $U_L - U_L' = (-\hat{d} \sin \theta \cos \varphi \frac{dU}{dz} + \frac{1}{2} \hat{d}^2 \sin^2 \theta \cos^2 \varphi \frac{d^2 U}{dz^2}, 0, -U_L) \dots (3)$, $MM_L N / (M+M_L) = MM_L N / (M+M_L) - \hat{d} \sin \theta \cos \varphi \frac{d}{dz} \{MM_L N / (M+M_L)\} \dots (4)$. 積分領域は $dn \geq 0$ でなくてはならない条件より、① $\pi/2 \leq \varphi \leq 3\pi/2$, $\cos^2 R \leq 0 \leq \pi$ ② $-\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2$, $0 \leq 0 \leq \cos^2 R$ で近似される。ここに $R = U_L / (\hat{d} \frac{dU}{dz})$ 。したがって(3), (4)式を(2)式に代入し、①, ②の領域にわたって積分すれば、 $F = -\left\{ \hat{d}^2 / \left(1 + \left(\frac{d_L}{d}\right)^2\right) \right\} M_L (dU/dz)^2$ 。

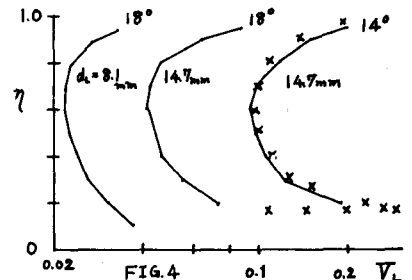


$[N(A_1 - rA_3 + \frac{1}{4}r^2A_5) + \hat{d}\{1 - \frac{C}{C_s}/(1 + (\frac{d}{d_0})^3)\}\{\frac{dN}{dz}/(1 - \frac{C}{C_s})\}(-A_2 + rA_4 - \frac{1}{4}r^2A_6)] \cdots (5)$, ここに $r = \hat{d} \cdot \frac{d^2u}{dz^2} / \frac{du}{dz}$, $A_1 \sim A_6$: R の関数で, R が微小のとき近似的に $A_1 \approx (-\frac{4}{15}\pi R, 0, \frac{16}{15}R)$, $A_2 \approx (\frac{16}{105} + \frac{R}{6} + \frac{8}{15}R^2, 0, -\frac{2}{35}\pi - \frac{2}{5}\pi R^2)$, $A_3 \approx (\frac{16}{105}, 0, -\frac{2}{35}\pi)$, $A_4 \approx (-\frac{2}{35}R, 0, \frac{32}{105}R)$, $A_5 \approx (0, 0, 0)$, $A_6 \approx (\frac{64}{945}, 0, -\frac{2}{23}\pi)$ となる。

2) 接触力 F' : F' は小粒子と大粒子との接点における小粒子の作用力と大粒子に接触する小粒子数で決定される。大粒子の $0 \sim 0 + d\theta$, $\varphi \sim \varphi + d\varphi$ の間の微小領域に働く接触力は $dF' = -F'D_L(d\varphi/2)^2 \sin\theta d\theta d\varphi \cdots (6)$, ここに F' : 接点に働く接触力, D_L : 大粒子表面単位面積当たりの接点数。接点は大粒子のまわり全体に分布しているものとする, その範囲内では濃度が変化する。 $D_L \approx D$ (小粒子表面単位面積当たりの接点数) なので, $F'D_L \approx F'D$ は濃度の関数である。これを大粒子の中心のまわりにテーラー展開して $F'D_L = \frac{d}{dz} \sin\theta \cos\varphi \frac{d}{dz} (F'D)$ となるので (6) 式に代入して積分すると $F' = -\frac{\pi}{6} d^3 \frac{d}{dz} (F'D) \hat{e}_z \cdots (7)$, ここに $\hat{e}_z$: z 方向の単位ベクトル。 n_c 粒子 1 個当たりの接点数として $D_L \approx D = n_c / (\pi d^2)$, $F'n_c = \pi \chi (\sigma - p) g_R d^2 \cos\theta$ ($C - C_s / C_s$ であるから) $F' = -\frac{\pi}{6} \chi (\sigma - p) g_R d^2 \cos\theta \frac{d}{dz} \frac{C}{C_s} \hat{e}_z \cdots (8)$, ここに $\chi = 1/3$, R : 流動層厚, C_s : 小粒子の表面濃度。

3) 大粒子の運動方程式: 大粒子に作用する力は 1) の衝突力, 2) の接触力, 重力, 浮力, そして水からの力である。したがって大粒子の運動方程式は $m_L(1 + \frac{\rho}{2\sigma}) \frac{d\mathbf{u}_L}{dt} = \mathbf{F} + \mathbf{F}' + m_L \mathbf{g} + \frac{\rho}{2\sigma} d_L \mathbf{i} \cdots (9)$, ここに m_L : 大粒子の質量, $\mathbf{a} = (\sin\theta, 0, -\frac{\sigma-p}{\sigma} \cos\theta)$, $\mathbf{i} = (i_x, i_y, i_z)$: 大粒子が単位体積当りに水から受ける力。(9) 式に (5), (8) 式を代入し, $d_L \rightarrow d$, $u_L \rightarrow 0$, $i_L \rightarrow \mathbf{i} = (i_x, i_y, i_z)$ とおけば, 小粒子の土石流におけるつり合い式が求まる。ここに $\mathbf{i}$ は小粒子が単位体積当りに水から受ける力。小粒子の z 方向のつり合い式は $0 = -\frac{d}{dz} M (\frac{du}{dz})^2 [\frac{2}{35}\pi r_0 N + d\{(1 - \frac{C}{C_s})/(1 - \frac{C}{C_s})\} \frac{dN}{dz} (\frac{2}{35}\pi + \frac{\pi}{126} r_0^2)] - \frac{\pi}{6} d^3 (\sigma - p) g_R \cos\theta \chi \frac{d}{dz} \frac{C}{C_s} - \frac{\pi}{6} d^3 (\sigma - p) g \cos\theta + \frac{\rho}{2\sigma} d^2 i_z \cdots (10)$, ここに $r_0 = d \frac{d^2u}{dz^2} / \frac{du}{dz}$ 。(10) 式の $i_z \approx i_{Lz}$ と仮定して, (9) 式の i_{Lz} を消去して整理すれば $dV_L/dT = F_0 - F_1 V_L + F_2 V_L^2 \cdots (11)$, ここに $V_L = u_L/u_*$, $T = u_* t/d$, $u_* = \sqrt{gR \sin\theta}$, $F_0 = \{\beta R_M / (1 - \frac{C}{C_s})\} (\frac{d}{d_0})^2 (\frac{d}{d_0})^2 [\frac{2}{35}\pi (1 - D_1) \frac{C}{C_s} r_0 + \{(1 - \frac{C}{C_s})/(1 - \frac{C}{C_s})\} \frac{d}{d} \frac{C}{C_s} \cdot \frac{d}{d} \{\frac{2}{35}\pi (1 - \frac{1 - D_2}{1 - \frac{C}{C_s}} D_1) + \frac{\pi}{126} (1 - \frac{1 - D_2}{1 - \frac{C}{C_s}} D_1) (\frac{d}{d_0})^2 r_0^2\}]$, $F_1 = \{\beta R_M / (1 - \frac{C}{C_s})\} \{\frac{16}{15} (\frac{d}{d_0})^2 \frac{C}{C_s} + \frac{32}{105} \frac{1 - D_2}{1 - \frac{C}{C_s}} \frac{d}{d} \frac{C}{C_s} \cdot \frac{d}{d} \frac{C}{C_s} \cdot \frac{d}{d} r_0\}$, $F_2 = -\{\beta R_M / (1 - \frac{C}{C_s})\} \frac{\pi}{6} \frac{1 - D_2}{1 - \frac{C}{C_s}} D_1 \frac{d}{d} \frac{C}{C_s} \cdot \frac{d}{d} \frac{C}{C_s} \cdot (\frac{d}{d_0})^2$, $D_1 = 2(\hat{d}/d)^5 / \{1 + (\hat{d}/d)^3\}$, $D_2 = \frac{C}{C_s} / \{1 + (\hat{d}/d)^3\}$ 。 $d_L \geq d$ であるから $F_0 \geq 0$, また $F_1 > 0$, $F_2 > 0$ である。したがって (11) 式の右辺第 1, 第 3 項は推進項となり, 第 2 項は抵抗項で, 速度の二乗に比例することが明らかになった。なお C/C_s , $\frac{d}{d} \frac{C}{C_s}$, $\frac{d^2}{d^2} \frac{C}{C_s}$ は均一な小粒子の土石流における解析より求まる。

4) 計算結果: q_0 (給水量) = $200 \text{ cm}^3/\text{s}$, $d = 4.6 \text{ mm}$, $d_L = 14.7 \text{ mm}$, $\theta_0 = 14^\circ$ の場合, 初期条件 $z_L = d_L/2$, $u_L = 0$ として計算した結果を図 4 に示す (×印)。実線は R が微小, $dV_L/dT = 0$ として (11) 式より求めた値である。両者はほぼ一致し, $dV_L/dT = 0$ として粒径比や河床勾配の影響について調べた結果も同図に示されている。上記の条件では $\theta_0 = 14^\circ$ で実験値の R は 4.9 cm , $\theta_0 = 18^\circ$ で R は 7.8 cm であるから, $\eta = 0.3$ の高さでの上昇速度を求めると表のようになり, 実験値にかなり近い値を示している。また低勾配ほど, あるいは粒径比が大きいほど上昇速度が大きいことが分る。なお, 計算においては, 小粒子は一貫して 4.6 mm を使用している。



$\frac{d_L}{d}$	14.7mm	8.1mm
14°	4.08 cm/s	
18°	2.68 cm/s	1.25 cm/s

表

結論

小粒子が多い場合, 低勾配ほど, あるいは粒径比が大きいほど先端への大粒子の輸送割合が高い実験結果は, その条件下では大粒子の上昇速度が速く, 且つ低勾配ほど R が小さいことによると思われる。