

1. はじめに 実河川の河床にみられるような浸透層上の流れの抵抗は、従来の粗面乱流で知られていた抵抗よりも相当大きくなることが知られている。著者もこの浸透層上の流れの抵抗則を明らかにする目的で実験的理論的に検討を続けている。このなかで Grass^(1,2,3,4,5)らによつて粘性底層をもたない粗面上の流れの中にも滑面上の流れの中に既に見出されていたバースティング現象と同様の構造が存在することが実験により明らかにされている。また福岡・福岡⁽⁶⁾は河床波と同様の路床形状をもつ水路においてボイルと呼ばれる大規模運動が存在することを見出している。よつて今日組織的運動あるいはコヒーレント運動と呼ばれているものは壁面の粗滑、形状にそれほど影響を受けずに普遍的に存在するのではないかと思われる。本研究はこのような考え方のもとに滑面上の縦渦・縦渦の発生に関しこれを解析的に明らかにし、かつ壁面近傍の乱れの構造に関して検討を行つたものである。

2. 理論 (a) 壁面近傍に発生する縦渦に関して 壁面近傍の縦渦・縦渦(streak構造)がバースティング現象と密接な関連性を有していることが今日までに知られており、縦渦の間隔は $\lambda_y^* = 100$ 前後

になることが多くの研究者によつて確認されている。本研究は上記の現象を縦渦・発生理論の観点から明らかにする。まずバースティング現象は流れ方向に $\lambda_x = 1000$ 前後の構造をしていることから壁面近傍の流れは横断方向に比べて流れ方向の変化率は小さいことが考えられる ($\partial/\partial x = 0$)。さらに流れは平均流 U 、他の場所から流れ込んできた乱れ(background turbulence) u_i' 、そして組織的運動 $\tilde{u}_i$ から構成されているとする。このとき $\tilde{u}_i$ を支配する基礎式としてはかつて著者が開水路・縦渦の発生理論で導いたもの⁽⁷⁾と形式上同じものとなり、
$$\epsilon \psi'''' - (f + 2\alpha^2 \epsilon - \epsilon'') \psi'' + \alpha^2 (f + \alpha^2 \epsilon + \epsilon'') \psi = 0 \quad \text{-----(1)}$$

である。ここで ψ は縦渦に関する流れ関数であり、座標および各諸量は摩擦速度 u_τ 、粘性底層厚 δ ($u_\tau \delta / \nu = 10$) を無次元化されている。このとき (1) 式を $\psi(0) = \psi'(0) = \psi(\infty) = \psi'(\infty) = 0$ -----(2) の境界条件のもとに解き、縦渦の発達を示す固有値 f ($f > 0$ が発達) と縦渦の横方向波数 α との関係を求めた。(1) 式中の ϵ (動粘性係数 + 渦動粘性係数) としては壁面極めて近傍から流れの core 領域に到るまで実験結果(データ)との適合性が非常に高いといわれている Mellor と Herring の与えた(滑らかに増加する)関数形を用いた。しかしこのときには全ての α の値に対して f は全て負であった。さらに ϵ として上記と同形の Reichardt の提案する関数形を用いても f は全て負であった。このことから ϵ として時間平均された関数形を用いる限り縦渦は発生しないと結論されよう(定性的には 2次元環流を取った Hussain-Reynolds, Landahl & Betchov⁽⁸⁾ の結果と同じ結論である)。つぎに ϵ として種々の形状を与えて、 $f > 0$ となる ϵ を探してみた。図-1 はかつて Betchov が乱流境界層の 2次元環流に対する安定性を解析したときに用いた関数に本解析に適用したものがある。すなわち壁面近傍(粘性底層の端)で一度大きな値をとった後、急激に降下する形の ϵ である。図-2 はこのとき得られた f - α の関係であり、 $\alpha < 0.4$ ($\lambda_y^* > 150$) で $f > 0$ (縦渦が発生) であることを示している。図-2 中の f には最大値が現れないが、Görtler 渦の計算においても最大増幅率は現れないこと

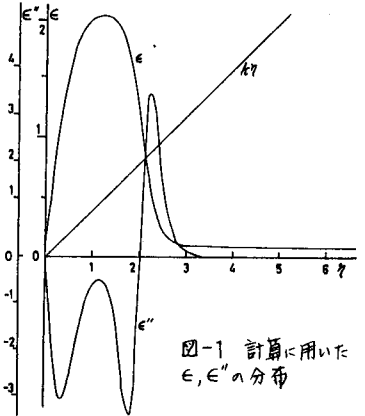


図-1 計算に用いた ϵ, ϵ'' の分布

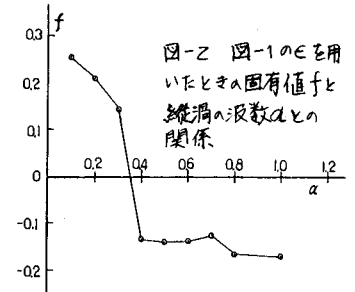


図-2 図-1の ϵ を用いたときの固有値 f と縦渦の波数 α との関係

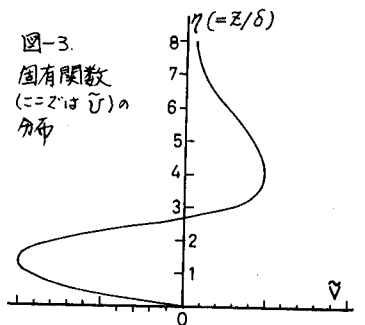


図-3. 固有関数 (= z は $\tilde{u}$) の分布

から流れ方向の変化を無視した安定解析に共通の結果のように思われる。図-3はこのとき得られた $\alpha=0.4$ ($\lambda_g^+ \approx 150$) の場合の固有関数(横方向流速 $\tilde{u}$)を示したものである。図-4は図-1の ϵ の分布形に対応する流れ方向流速の鉛直分布を示したものである。この図より壁面近傍の流れ方向流速は小さくなくなり、その上に高速流体が果っている状況になっていることがわかる。なお(1),(2)式の固有値問題の解法には不変原理込み法(一種である compound Matrix法を用いている。

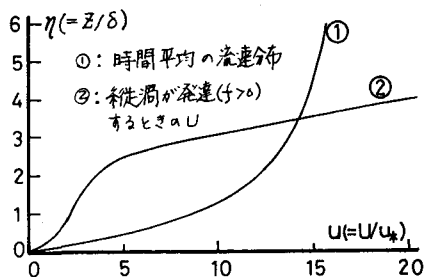


図-4. 図-1の ϵ に対応する U の分布

(b) 壁面近傍の組織的運動(特に α に着目して) 本節は壁面近傍に縦渦が十分に発達して存在しているときの $\tilde{u}$ の時空間変化を調べたものである。ここでは(1)式を導いたときと同様の仮定のもとに展開を行うと $\tilde{u}$ に関して $\partial \tilde{u} / \partial t + \tilde{w} dU/dz = \partial(\epsilon \partial \tilde{u} / \partial z) / \partial z + \epsilon \partial^2 \tilde{u} / \partial y^2$ (3)を得る。つぎに $\tilde{u} = f(z, t) e^{i\alpha y}$, $\tilde{w} = g(z, t) e^{i\alpha y}$ とおくと $f(z, t)$ に関する方程式を得る。つぎに鉛直方向流速 $\tilde{w}$ として $\tilde{w} \propto \sin \omega t e^{i\alpha z}$ 形を用いると $f(z, t)$ に関して解析解を得ることが出来る。ここで $\tilde{w}$ の振動数 ω としてはKleinらによるバースティング現象の周期 $U_\delta^+ T_b / U = 0.67 \text{ Res}^{0.73}$ から $\omega = 2\pi / T_b$ を用いた。図-5はこのとき得られた $\tilde{u}$ の分布形を示すもので、 $\tilde{w}$ の最大値に対応して $\tilde{u}$ も粘性底層端で最大値を示している。図-6はレイルスストレス分布を、図-7は $\tilde{u}-\tilde{w}$ の相関図を示している。これらの結果は(3)式中のパラメータの値の違いによって多少の変化を示すものの大略図5, 6, 7を代表させているものと同様の結果になっていた。図-6に示されるバースティングにともなうレイルス応力の分布はKleinらによって実験的に示されているものと同様の形状となっている。本計算では $t < 0$ で $\tilde{w} = 0$, $t > 0$ で周期的に変動する $\tilde{w}$ の条件で計算しているが、動き始め直後の $\tilde{u}$ も、 $-\tilde{u}\tilde{w}$ もともに定常時($t \rightarrow \infty$)のものよりも大きな値を示していた。**結論** (1)滑面上の流れの壁近傍で見出されている組織的運動を壁近傍での縦渦の発生発達と関連づける解析方法を提示した。(2)本解析によると壁近くの縦渦は $\lambda_g^+ \geq 150$ で発達する。(3)このときの縦渦は $z^+ \geq 80$ で減衰している。(4)縦渦が発達するときの流れ方向流速は壁面近傍で小さく、その上には高速流体が果っている。(5)定常状態の ϵ を用いるかぎり縦渦は発生しない。(6) α の位相は $\tilde{w}$ に対し若干遅れるが、その最大値は $\tilde{w}$ の最大値を示す高さとはほぼ同じである。(7)本解析で得られたレイルスストレスの分布は実験結果と同様に $z^+ = 10 \sim 20$ 前後で最大値をとり、 $z^+ > 100$ ではほぼ0となる。(8)本解析の結果、壁面近くで組織的運動はほぼ、 $0 < z^+ \leq 100$ の領域内で発生消滅している。以上である。

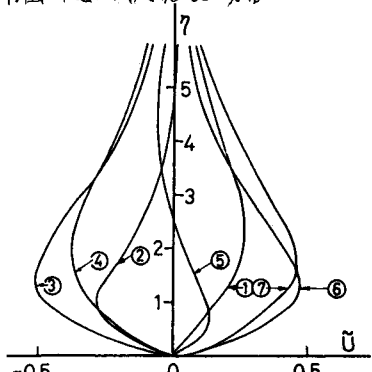


図-5. $\tilde{u}$ の分布 (① $\rightarrow$ ⑦ $3\pi/20$ 刻み)

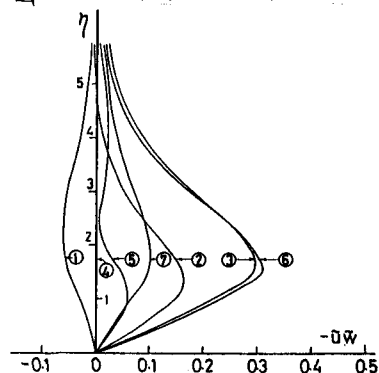


図-6 レイルスストレスの分布

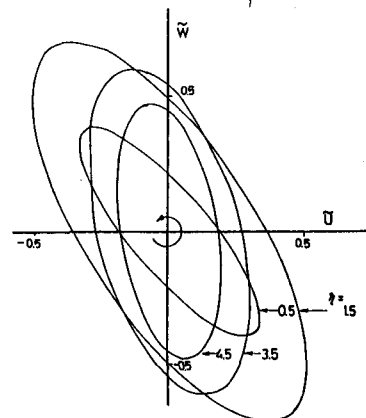


図-7 $\tilde{u}-\tilde{w}$ の相関図

参考文献 (1) Gelharら; Ralph M parson Lab. Report NO. 148, 1972

(2) Lovera, Frank Kennedy, J. H.; ASCE, J. Hyd. Div. vol. 95, No. HY-4, 1969.

(3) 中川・福津; 工論集, 第244号, 1975, (4), (5) 山田; 工論集投稿中

(6) 日野・山田ら; 第12回乱流シンポジウム, 1980, (7) 林・山田; 第21回水理講演会論文集, 1977, (8) Grass, A. J., J. Fluid Mechanics, 50, 1971,

(9) 福岡・福岡; 工論集, No. 298, 1980, (10) Ng, B.S. and Reid, W.H., J. computational physics, 30, 1979.