

大阪府庁

正会員 三条 健二

長岡技術科学大学工学部

正会員 早川 興生

長岡技術科学大学工学部

正会員 橋嶋 祐介

## 1. はじめに

開水路流れの混合特性を明らかにするため、従来より数多くの分散実験がおこなわれている。しかし、従来の研究は河川を対象とした橋の広い水路に限られている。本研究は、人工用水路など水路幅  $B$  と水深  $H$  の比、 $B/H$  (形状比と呼ぶ) が 1 程度の開水路流の混合現象に着目し、分散係数を求めることを目的とした。理論解析として、自然水路をよく近似すると思われる半橋円断面水路を考え、曲線座標を用いて分散係数を求めた。また、長方形断面水路を用い、形状比 4 ～ 0.5 の範囲で実験をおこない、分散係数と形状比の関係を明らかにした。

## 2. 半橋円断面水路の分散係数

物質の分散を支配するのは、断面内の速度偏差と濃度偏差である。図-1 に示すような等速流線 ( $\xi$  軸) とそれに直交する曲線 ( $\eta$  軸) からなる直交曲線座標を考える。速度の勾配は  $\xi$  軸に沿って最大であり、物質は  $\eta$  軸方向にもっとも大きく引き伸ばされ広がっていく。今、断面内に 2 次元流はないものとし、乱流拡散方程式を Taylor の仮定のもとに変形すると次式を得る。

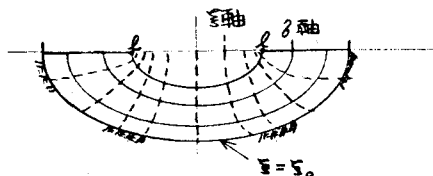


図 - 1

$$u'' \frac{\partial \hat{c}}{\partial x} = \frac{1}{r_\xi r_\eta} \left[ \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{r_\eta}{r_\xi} K_\xi \frac{\partial c'}{\partial \xi} + \frac{\partial}{\partial \eta} \frac{r_\xi}{r_\eta} K_\eta \frac{\partial c'}{\partial \eta} \right] \quad (1)$$

ここに、 $u''$ : 流速の断面偏差、 $\hat{c}$ : 濃度の断面平均値、 $x$ : 流下方向軸、 $r_\xi, r_\eta$ : 曲線座標の線素、 $K_\xi, K_\eta$ :  $\xi, \eta$  軸方向の乱流拡散係数、 $c'$ : 濃度の断面偏差である。 $u''$  は、 $\xi$  軸に沿って流速が対数則分布すると考えると次式であらわせる。

$$u'' = \frac{u_m}{\kappa} \left[ \ln \left( \frac{r_\xi - \xi}{r_\xi} \right) - \hat{u} \right] \quad (2)$$

ここに、 $\hat{u}$  は断面平均流速である。 $\eta$  軸に沿っては物質の広がりはいさいなので、 $\eta$  で積分すると次式を得る。

$$\int_{-r_\eta}^{r_\eta} u'' \frac{\partial \hat{c}}{\partial x} r_\xi r_\eta d\eta = \frac{\partial}{\partial \xi} \int_{-r_\eta}^{r_\eta} K_\xi \frac{\partial c'}{\partial \xi} \frac{r_\eta}{r_\xi} d\eta \quad (3)$$

さらに、 $\eta$  で 2 回積分すると、断面内の速度偏差  $C'$  は  $\xi$  のみの関数として次式で表す。

$$C'' = \frac{\partial \hat{c}}{\partial x} \frac{1}{2} \frac{u_m}{\kappa} \int_{-r_\eta}^{r_\eta} \frac{1}{r_\xi} \left\{ \ln \left( \frac{r_\xi - \xi}{r_\xi} \right) - \hat{u} \right\} d\xi d\eta \quad (4)$$

ここに、 $\xi$  は橋円断面の無次元距離。また、

$$C'' = \frac{2}{\pi} \int_{-r_\eta}^{r_\eta} C' d\eta \quad (5)$$

である。分散係数  $D$  は、その定義より次式であらわせる。

$$D = - \frac{2}{A \frac{\partial \hat{c}}{\partial x}} \int_{-r_\eta}^{r_\eta} \int_{-r_\eta}^{r_\eta} u'' C'' r_\xi r_\eta d\xi d\eta \quad (6)$$

こゝに、 $\bar{y}_0$  は半楕円断面水路の壁面であり、形状比  $A_r$  を用いて次式であらわせる。

$$\bar{y}_0 = \frac{1}{2} \ln \frac{A_r + 1}{A_r - 1}$$

今、 $\bar{y}$  方向の乱流拡散係数  $K_y$  を定数と見え、(6) 式に (4) 式 (2) 式を代入し整理すると分散係数として次式が得られる。

$$D = - \frac{U_*^2 u_*^2}{K_y \cdot R^2 \cdot u_*^2 \int_0^{\bar{y}_0} \int_0^{\bar{y}_0} \left\{ \ln \left( \frac{\bar{y}_0 - \bar{y}}{\bar{y}} \right) - \hat{u} \right\} d\bar{y} d\bar{y} \times \left[ \ln \left( \frac{\bar{y}_0 - \bar{y}}{\bar{y}} \right) - \hat{u} \right] \cosh 2\bar{y} d\bar{y}$$

$K_y = \frac{1}{6} R U_*$  とあわせるとし、(8) 式を数値積分することにより分散係数を求めることができる。

### 3. 形状比の小さな水路における分散係数を求める実験

実験は、幅 10 cm、長さ 10.8 m の可変勾配水路でおこなった。トレーサーは、10% NaCl 溶液をメタノールで比重 1.0 に調整したものを用いた。水路上流端 0.1 m に瞬間的なトレーサー投入をおこなう目的で容量 50 cc の容器を設け、下流側 7.5 m、8.5 m、9.5 m の水路断面中央に導電率計のセンサーを固定し、濃度の時間的変化を測定した。再現性のある 3 回の測定値を平均した結果を用いて、routing 法により、2 分散係数を求めた。実験は、形状比 4, 3, 2, 1, 0.67, 0.5 の 6 ケースについておこなった。水理諸元は表-1 に示す通りである。表中、 $A_r$  : 形状比、 $U$  : 平均流速、 $U_*$  : 断面平均摩擦速度  $U_* = \sqrt{g R I}$ 、 $R$  : 径深、 $D$  : 分散係数である。

表 - 1

| $A_r$ | $U$  | $U_*$ | $D/RU_*$ |
|-------|------|-------|----------|
| 4     | 18.8 | 1.61  | 14.6     |
| 3     | 19.3 | 1.55  | 15.2     |
| 2     | 20.0 | 1.51  | 14.1     |
| 1     | 20.9 | 1.44  | 13.7     |
| 0.67  | 18.9 | 1.41  | 11.5     |
| 0.5   | 19.7 | 1.39  | 10.8     |

### 4. 結果および考察

半楕円断面水路の分散係数を径深  $R$  と摩擦速度  $U_*$  で無次元化し、形状比との関係性を求めたものが図-2 である。無次元分散係数の理論値は、形状比 2 で最大となり Taylor の求めた円管の値に一致する。形状比 0 および無限大の極限では Elder の求めた 2 次元水路の値に漸近する。図-3 は、今回の実験で得られた分散係数の実験値と半楕円断面水路での理論値を比較したものである。図中には、より大きな形状比でおこなわれた Fischer の測定結果もアロットしている。形状比 2 以下では、形状比が減少するに従って無次元分散係数は小さくなり、理論値とよく一致する。形状比が 2 より大きくなると無次元分散係数の実験値は次第に大きくなり、理論値はこれを説明できない。この原因は、形状比の増加とともに 2 次元流が存在し、物質の混合を促進するためと考えられる。

<参考文献>

Fischer, H.B. . ASCE, Vol 93, HY 4, pp 187~216, 1967

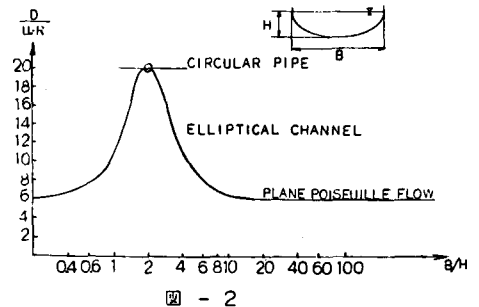


図 - 2

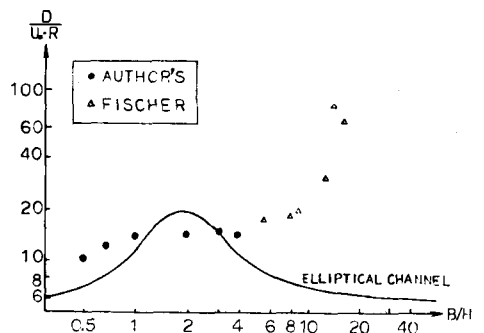


図 - 3