

神戸大学工学部 正員 川谷 健
建設省四国地建 正員 渡部 秀之

はじめに 地盤の熱環境は、低温液化ガスの地下貯蔵タンクの建設、地盤凍結工法の普及、あるいは凍土地帯における石油輸送パイプラインの布設など、人壽的な改変をうけることが多くなった。しかも、これら改変の多くは融解や凍結など相変化を伴うものである。ここでは、相変化を伴う熱伝導問題 (Stefan 問題) の有限要素法による解析法とその適用結果について述べる。Stefan 問題の解析が困難であるのは、固相と液相の境界の位置が予知できず、移動境界問題としての取扱いが必要なためである。ところが、相変化における潜熱を物体の体積熱容量に含めて、見掛けの体積熱容量として扱えば、解析領域全体が1つの熱伝導方程式で表わせる。すなわち、Stefan 問題は基礎方程式に含まれる熱定数が温度に依存する非線形熱伝導問題となり、固相と液相の境界の位置は温度分布から求められる。以下では、地盤凍結工法に関する問題として、浸透流が存在する場合の凍結過程の解析を行う。

基礎方程式及び離散化 水及び帯水層の圧縮性が無視できるとし、また Darcy 則が適用できるとすれば浸透流の基礎方程式は $\frac{\partial}{\partial x_i} (k_{ij} \frac{\partial h}{\partial x_j}) = 0$ ---- (1) である。ここに、 h は全水頭、 k_{ij} は透水係数である。一方、浸透流の場合における熱伝導の基礎方程式は $(c_f)_s \frac{\partial T}{\partial t} + (c_f)_w g_i \frac{\partial T}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_i} (\lambda_{ij} \frac{\partial T}{\partial x_j}) = 0$ ---- (2) である。ここに、 T は温度、 $(c_f)_s$ 及び $(c_f)_w$ は、それぞれ飽和土及び水の体積熱容量、 λ_{ij} は熱伝導率である。また、 g_i は Darcy 流速であり、 $g_i = -k_{ij} (\frac{\partial h}{\partial x_j})$ である。

式(1)及び(2)に Galerkin 法を適用すると、それぞれ $[A_{nm}]\{h_n\} = 0$ ---- (3) , 及び $[B_{nm}]\{T_m\} + [E_{nm}]\{dT_m/dt\} + \{F_n\} = 0$ ---- (4) の連立一次方程式となる。

時間積分 式(2)において、熱定数 c_f 及び λ は温度の関数であり、式(4)の係数行列 $[B_{nm}]$ 及び $[E_{nm}]$ も温度に依存し、式(4)は非線形である。いま、短い時間隔 $t - \Delta t$ と $t + \Delta t$ の間で、温度が線形変化すると仮定し、さらに係数行列を $t = t$ において算定するものとすれば、Three time level の差分スキーム¹⁾を用いて、式(4)は $(B_{nm}^{(0)} + \frac{3}{2\Delta t} E_{nm}^{(0)}) T_m^{(1)} = -B_{nm}^{(0)} T_m^{(0)} + (\frac{3}{2\Delta t} E_{nm}^{(0)} - B_{nm}^{(0)}) T_m^{(-1)} - 3F_n^{(0)}$ ---- (5) と近似され、時刻 $t + \Delta t$ における未知温度が算定できる。ここに、 $T^{(0)}, T^{(1)}, T^{(-1)}$ などは、それぞれ時刻 $t + \Delta t, t, t - \Delta t$ での値を表わすものとする。

数値積分点での熱定数の評価 見掛けの体積熱容量 c_f を温度で積分して、エンタルピー H を定義する。すなわち、 $H \equiv \int_{T_0}^T c_f dT$ ---- (6) である¹⁾。エンタルピー H は、相変化における潜熱も含めて、単位体積の物体が温度 T_0 から T まで上昇するのに必要な総熱量である。エンタルピー H は、厳密には、 $T = 0^\circ\text{C}$ (凍結温度) で潜熱の分だけ不連続になるが、ここでは図-1に示すように、 $2\Delta T$ ($\Delta T = 1^\circ\text{C}$ とした) の範囲で線形変化すると仮定する。このとき、式(6)より、 $c_f = dH/dT$ であり、

$$c_f \equiv \frac{dH/ds}{dT/ds} = \left\{ \frac{(\partial H/\partial x_i)(\partial H/\partial x_i)}{(\partial T/\partial x_i)(\partial T/\partial x_i)} \right\}^{1/2} \text{ ---- (7) あるいは}$$

$$c_f \equiv \frac{dH/dt}{dT/dt} \equiv \frac{H^{(0)} - H^{(1)}}{T^{(0)} - T^{(1)}} \text{ ---- (8) として近似的に算}$$

定される。ここに、 ds は凍結面に垂直な方向の線素であり、 $H^{(0)}$ 及び $H^{(1)}$ は時刻 t 及び $t - \Delta t$ における H の値である。以下では、式(8)を用いて、節点温度から補間して得られる積分点での温度をもとに、 c_f を算定する。

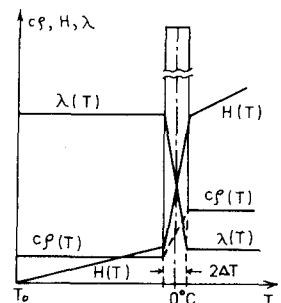


図-1 熱定数の評価法

また、熱伝導率入についても、図-1に示すように、 $24T$ の温度範囲での線形変化を仮定し、積分点の温度から、その値を算定する。

数値解析例 数値解析のために、標準砂の物性値を用いた。それらを表-1に示す。

表-1 標準砂の熱的性質²⁾

	単位体積重量 ρ (g/cm ³)	比熱 c (cal/g)	熱伝導率 λ (cal/cm·min·°C)	凍結融解潜熱 L (cal/g)
凍結前	2.017	0.368	0.295	15.34
凍結後	1.985	0.269	0.385	

〔解析例Ⅰ〕 図-2は、Neumannの解析解³⁾(…半無限領域で、境界の温度一定の条件のもとでの凍結…)と数値解を比較し、計算精度を検討した結果である。 $\Delta t = 2 \sim 8$ 分とし、要素数が30~100となるように領域の分割を行った場合について検討した。解析解と数値解はよく一致しているが、要素分割が粗くなると、 Δt を小さくしても、精度がやや悪くなる傾向があった。

〔解析例Ⅱ〕 被圧地下水流の場合で、流れに垂直な方向に鉛直の凍結管列を配置したときの凍結過程を図-3及び図-4に示す。透水係数は、凍結前は $k_0 = 8.5 \times 10^{-2}$ cm/sとし、凍結後は $0^\circ\text{C} > T \geq -3^\circ\text{C}$ のときに $k_0 \times 10^4 T$ とした。 $T < -3^\circ\text{C}$ のときは、凍土は不透水性になるとして、 $k_2 = 0$ とした。図-3は動水勾配(i)が1/1000の場合であり、図-4は動水勾配が1/100の場合である。(但し解析領域の長さ 200 cm)。浸透流速が大きくなると、浸透流が持ち込める熱のために凍土柱の成長が阻害される様子がわかる。経験的には、流速が1 m/day以上になると、凍土柱の成長及び凍土柱相互の接合に不都合が生いいると言われている。図-4の場合、初期の流速は約70 cm/dayであり、凍土柱の成長とともに大きくなる。そのため凍土柱の成長が止まる。

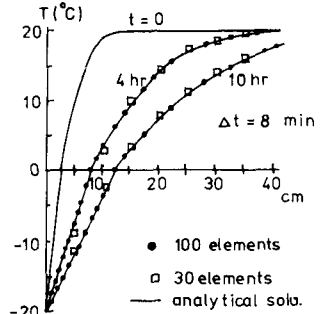


図-2 解析解と数値解

おわりに ここでは、浸透流と凍結土の間に起る複雑な熱伝達現象を、透水係数と温度の関係を仮定し、また体積熱容量や熱伝導率の不連続変化を線形変化で近似して解析を行っている。

したがって、物性値に関する情報、例えば流速と熱伝導率の関係、などの正確さが解析の信頼性を左右する。今後、この点について検討したい。

参考文献 1) G. Comini et al., Int. J. Num. Meth. Engng., 8, 613-624, 1974

2) 内田 博三, 土と基礎, 25(7) 47-52, 1977

3) 川下 研介, 熱伝導論, 生産技術センター, 415-421, 1975

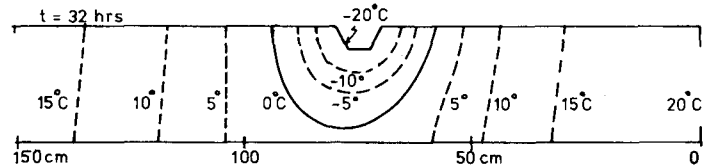


図-3 温度分布 ($i = 1/1000$ の場合)

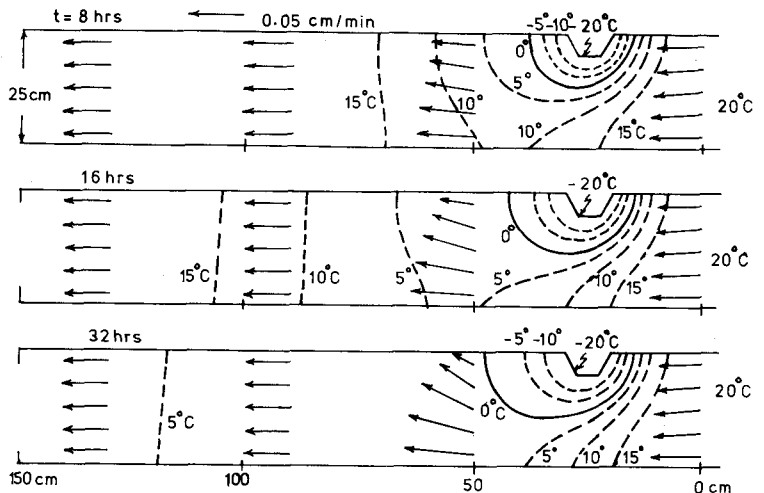


図-4 温度分布と凍土柱の成長, 流速分布 ($i = 1/100$ の場合)