

九州大学工学部 正 平野宗夫

九州大学工学部 正 河田野根栄義

九州大学大学院 学 外村健司

1. まえがき

泥水密度流に関する従来の理論的研究において、粒子の効果は浮遊状態の extra density に対してのみ考慮されており、粒子のまき上げや沈降に対しては殆んど考慮されていない。粒子がたとえまき上がることは運動量保存則から明らかのように、流れ全体に対して減速の効果をもつ反面、粒子濃度したがって密度流の駆動力を増大させ、加速の効果をもつ。

本研究は、粒子のまき上げおよび沈降を考慮した簡単な解析を行ない、これから先端部の流動特性に及ぼす効果を概観しようとするものである。

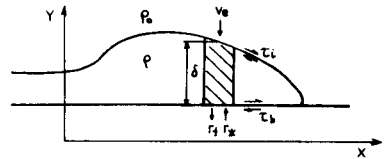
2. 理論

現象は非定常な2次元下層密度流であり、Fig. 1 に示すような2層モデルで考える。基礎式は下層 ($x = x_0 \sim x_0 + \delta$) の流動体に関する体積保存則、質量保存則および近似的な運動方程式であり、次式で示される。

$$\frac{\partial \delta}{\partial t} + \frac{\partial z}{\partial x} = V_0 + V_* - V_f \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial \rho}{\partial x} = -\frac{\partial \rho}{\partial} (V_0 + V_*) + \frac{\partial}{\partial} V_* - \frac{\partial \rho}{\partial} V_f \quad (2)$$

$$\int_{x_0}^{x_0+\delta} \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) dy = \Delta \rho g \delta \sin \theta - g \cos \theta \left(\frac{1}{2} \Delta \rho \delta^2 \right) + \tau_i - \tau_b \quad (3)$$



ここに、 V_0 は周回水の連行速度、 V_* および V_f は単位時間内に単位面積の河床で起こる粒子のまき上がりおよび沈降の量(体積)、 $\delta = \int_{x_0}^{x_0+\delta} u \, dy$ 、 $S = \sigma - \rho$ 、 $\Delta \rho = \rho - \rho_0$ 。他は慣用記号である。なお、式(2)において、 $\Delta \rho = S C$ の関係を用いている。以上の式より δ 、 ρ および u について解くわけであるが、式(3)左辺を次のように変形する。即ち、連続式 $\partial u / \partial x + \partial v / \partial y = 0$ および式(1)を用いて計算する段階では ρ を一定として扱い、その後密度変化を考慮する。結局式(3)左辺は次のようになる。

$$\rho \left[\delta \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} \right) + u^2 \left\{ \beta / \rho \cdot (1 - k_1) E_1 + \sigma / \rho \cdot (1 - k_2) (E_2 - V_f / u) \right\} \right]$$

ここに、 $k_1 = u(x_0 + \delta) / \bar{u}$ 、 $k_2 = u(x_0) / \bar{u}$ 、 $E_1 = V_0 / \bar{u}$ 、 $E_2 = V_* / \bar{u}$ であり、運動量補正係数は1.0とした。

以下上3式を同一特性曲線 $dx/dt = \bar{u}$ 上で考え、先端部の挙動に注目する。式(1)はこの特性曲線上で次式 $d\delta/dx = V_0/\bar{u} - \delta/\bar{u} \cdot \partial u/\partial x + (V_* - V_f)/\bar{u}$ となるが、前報¹⁾にまき上げの沈降の効果を重ね合わせて考える。 $X = x/\delta_0$ 、 $D = \delta/\delta_0$ 、 $R = \Delta \rho/\rho_0$ および $\bar{u} = \bar{u}/\delta_0$ とおけば次の無次元の方程式系が得られる。

$$\frac{dD}{dX} = m + E_2 - \frac{4\beta \omega_0}{S \bar{u}_0} \cdot \frac{R}{\bar{u}} \quad , \quad m = V_0/\bar{u} - \frac{\delta}{\bar{u}} \frac{\partial u}{\partial x} \quad (4)$$

$$\frac{dR}{dX} = -(E_1 + E_2) \frac{R}{D} + \frac{S}{4\beta} E_2 \cdot \frac{1}{D} - \frac{\omega_0}{\bar{u}_0} \cdot \frac{R}{D \bar{u}} \quad (5)$$

$$\frac{d\bar{u}}{dX} = -A \cdot \frac{\bar{u}}{D} + \frac{R}{\rho_0/\rho_0 + R} g \sin \theta \cdot \frac{\delta_0}{\bar{u}_0^2} \cdot \frac{1}{D} \quad (6)$$

ここに、 $A = \rho/\rho(1-k)E_1 - \sigma/\rho(E_2 - Y/\bar{u}) + 1/2(f_i + f_b)$ 、 $\tau_i = -f_i \rho \bar{u}^2$ 、 $\tau_b = f_b \rho \bar{u}^2$ 、 $\delta_0, \Delta\rho, \bar{u}_0$ は各々 $z = X_0$ における $\delta, \Delta\rho, \bar{u}$ の値である。 w_0 は沈降速度、 $Y = Cw_0$ とした。上式を解析的に解くことは困難であり、ここでは数値計算により解を求める。

3. 計算

計算は以下の条件に対して行なった。即ち、 $\sin\theta = 0.02$ 、 $\sigma/\rho_0 = 2.65$ 、初期条件を $\bar{u}_0 = 5.0 \text{ m/s}$ 、 $\delta_0 = 5.0 \text{ m}$ 、 $\Delta\rho_0 = 0.076 \text{ g/cm}^3$ とした時、 R と U の特性がパラメーター E_2 および $w_0/\bar{u}_0$ によりどのように変化するかを調べた。既報¹⁾より $m = 0.3 \sin\theta$ 、またそれを参照して $k_1 = k_2 = 0$ とし、 $E_1/m = 2/3$ および 1.0 について計算した。また、 f_i および f_b については各々 1.0×10^{-5} および 1.0×10^{-3} を与えた。パラメーター E_2 および w_0 は流速や粒径により変化する、特に E_2 については現時点では明確な結論が得られず、これらに適当な値を与えて計算を行なった (Fig. 2~5)。

それによるとすべての図に共通して $E_1/m = 1.0$ とした計算が $2/3$ としたものに比べて減少傾向が著しいことがわかる。また、粒子のまき上がりや沈降の初果は密度差にはかなり顕著に出ているが、速度についてはさほど出ていない。この他、図では密度差を大きくする E_2 あるいは $w_0/\bar{u}_0$ に対して速度が小さくなるようである。これらについては初期条件との兼ね合いもあると思われる、今後これらを含めた無次元パラメーターによる特性変化を調べていく必要がある。また、 E_2 および w_0 については適当な値を与えたが、これらを物理量との関連でおさえるため、基礎的実験を始めている。

参考文献

- 1) 平野・羽田野：密度流先端部の流動特性について、土木学会論文集第314号、1981年。

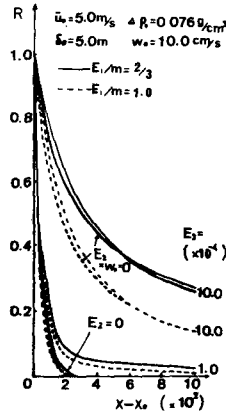


Fig. 2. E_2 を変化させた時の $R \sim X$ 曲線の変化。

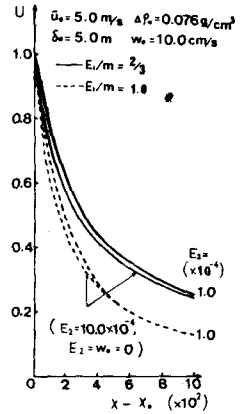


Fig. 3. E_2 を変化させた時の $U \sim X$ 曲線の変化。

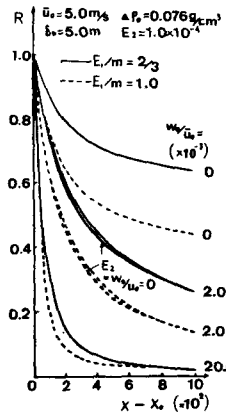


Fig. 4. $w_0/\bar{u}_0$ を変化させた時の $R \sim X$ 曲線の変化。

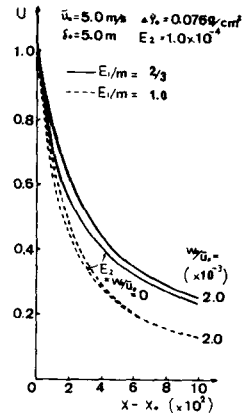


Fig. 5. $w_0/\bar{u}_0$ を変化させた時の $U \sim X$ 曲線の変化。