

II-136 隔壁除去に伴う管渠の gravity current について

東京都立大学工学部 正員 〇 佐 川 浩
東京都立大学工学部 正員 宇 井 正 和

1. 緒言

開水路流れと被圧管内流れが混在する管渠内の不定流解析を試みるとき、それぞれ異なる方程式系に対し適確な境界条件と初期条件を与えねばならない。その設定方法は必ずしも明らかではないように思われる。Benjamin⁽¹⁾は下流端が開放されている水平な管渠内で、隔壁除去に伴い発生する定常な gravity current の解法を示した。筆者等は前記の開水路並びに被圧管内流れが併存する管渠内不定流の初期値問題を検討する目的で、Benjamin の解の適用範囲の明確化と、その範囲外の解の誘導を試みるものである。

2. 下流端開放の場合の Benjamin の解

上流側涵管部と下流側開水路部分の境界が一定速度 D_1 で変形せしに移動するものとし、 D_1 で移動する座標系に若くはルースーの定理、運動量方程式、連続式より Benjamin は図-1 に示す流れを想定し管高 d の内管に対しては次の数値を与え一般解法を導いた。

$$\frac{y_2}{d} = 0.5653 \quad \frac{D_1}{\sqrt{gd}} = -0.5475$$

$$\frac{1}{\sqrt{gd}} \left(\frac{Q_1}{A_1} - D_1 \right) = 0.5445, \quad \frac{1}{\sqrt{gd}} \left(\frac{Q_2}{A_2} - D_1 \right) = 0.3889$$

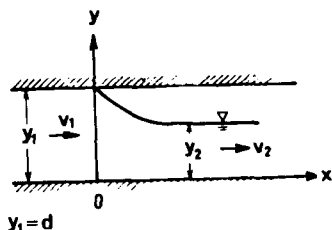


図-1 $y_0/d < 0.3451$

3. 下流端非解放の場合への拡張

Benjamin の解を表す領域(2)の流れに図-2 に示す初期水深 y_0 の領域(0)へ流入するとき、その間に水深 y_0 の小段状領域(3)を生ずるであろう。この領域(3)の下流端 $x=l_2$ と上流端 $x=l_1$ にそれぞれ不連続条件を課せば、未知量 y_0, Q_2, D_2, D_3 に対し条件式数4で方程式系は閉じる。

$$A_3(u_3 - D_2) = A_0(u_0 - D_2), \quad \rho A_3(u_3 - D_2)(u_0 - u_3) = P_3 - P_0 \dots (1)$$

$$A_2(u_2 - D_3) = A_3(u_3 - D_3), \quad \rho A_2(u_2 - D_3)(u_3 - u_2) = P_2 - P_3 \dots (2)$$

式(1),(2)においてそれぞれ D_2, D_3 を消去し、 $u_3 = Q_3/A_3$ につき解いた後には未知量 y_0 の条件式を導けば次式が得られる。

$$\frac{Q_2}{A_2} - \frac{Q_0}{A_0} - \sqrt{\frac{1}{f}(P_3 - P_2)} \left(\frac{1}{A_2} - \frac{1}{A_3} \right) - \sqrt{\frac{1}{f}(P_2 - P_0)} \left(\frac{1}{A_0} - \frac{1}{A_3} \right) = 0 \quad (3)$$

4. 下流側初期水深による解の挙動

図-2 に示す下流側初期水深 y_0 が或る限度以下であれば、式(3)を満足する $y_0 > y_2$ の解は存在せず、また異なる他の限度を超せば小段部上流端の伝播速度 D_3 が涵管部境界の伝播速度 D_1 より大きくなり、Benjamin の解を表す領域(2) ($l_1 < x < l_2$) は消滅するであろう。このとき上流側涵管部(領域(1))と下流側一様水深部(領域(0))の中段に改めて領域(2)の発生を

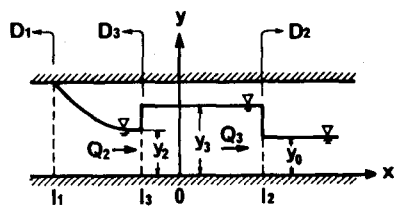


図-2 $0.3451 \leq y_0/d < 0.6956$

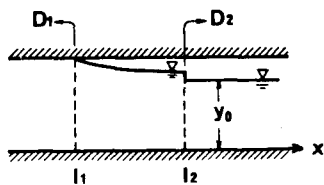


図-3 $0.6956 \leq y_0/d < 1.0$

図-3 のように予想すれば、D_i で移動する座標系に於て次式が成り立つ。

$$\frac{v_i^2}{2g} + \frac{p_0}{\rho g} = 0 \quad \dots\dots (4)$$

$$\rho Q(v_2 - v_1) = p_1 - p_2 + p_0 A_1 \quad \dots\dots (5)$$

但し $v_i (i=1, 2) = \frac{Q_i}{A_i} - D_i$, $Q = A_1 v_1 = A_2 v_2$, p_0 は上流側管頂部圧力とする。

式(4), (5) より p_0 を消去し Q につき解けば次式が得られる。

$$\frac{Q_2}{A_2} - \frac{Q_1}{A_1} = \left(\frac{1}{A_2} - \frac{1}{A_1} \right) \sqrt{\frac{1}{g} (p_1 - p_2) / \left(\frac{1}{A_2} - \frac{1}{2A_1} \right)} \quad \dots\dots (6)$$

他方 $x = \ell_2$ に于ける不連続条件より次式が導かれる。

$$\frac{Q_0}{A_0} - \frac{Q_2}{A_2} = -\sqrt{\frac{1}{g} (p_2 - p_0) \left(\frac{1}{A_0} - \frac{1}{A_2} \right)} - \left(\frac{1}{A_2} - \frac{1}{A_1} \right) \sqrt{\frac{1}{g} (p_1 - p_2) / \left(\frac{1}{A_2} - \frac{1}{2A_1} \right)} \quad \dots\dots (7)$$

式(6), (7) より未知量 Q_2 を消去すれば、未知量 y_2 に関する条件式が得られる。尚 $Q_0 = Q_1 = 0$ の場合には、与える内管を对象とした数値的検討により、図-1, 図-2, 図-3 に対応する下流側初期水深 y_0 の範囲は以下の不等式で示される。

$$y_0/d < 0.3451 \quad ; \quad \text{図-1}$$

$$0.3451 \leq y_0/d < 0.6956 \quad ; \quad \text{図-2}$$

$$0.6956 \leq y_0/d < 1.0 \quad ; \quad \text{図-3}$$

5. 実験結果との比較並びに考察

実験は図-4 に示す長さ 9.2m, 直径 10.0 cm

の水平な円形断面管渠を用い、中央部真鍮製隔壁の上流側を涵水に1T後に隔壁を引き抜き、流況を 35mm モーター・ドライブ・カメラと管渠に5套の水立計により計測した。下流側初期水深は $y_0/d = 0.0, 0.30, 0.50$ の3通りについて実験を行なったが、 $y_0/d = 0.50$ に関する4コマ/秒の連続写真を写真-1 に、また水立計示のオンロ記録と計算値との比較を図-5 に示す。図5により、涵管部との境界移動速度について計算値がやや大きい点を除き、形状、数値とも良好な一致を示していると言えよう。

謝辞

本研究は東京都下水道局委託「下水管渠内水流の管理システムに関する研究」の一部として行なわれたものであり、この研究のため

に御理解・御支援をいただいた関係者の方々、並びに溢水・止水を頂戴した東京都立大学工学部川口士郎教授に深く謝意を表します。

参考文献

- (1) Benjamin, T. B., "Gravity currents and related phenomena" J. Fl. Mech. Vol. 21, 1968
- (2) Stoker, J. J., "Water Waves" Interscience, 1957

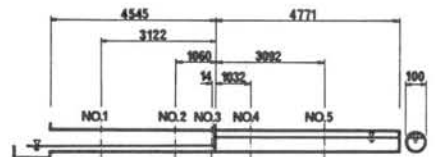


図-4 実験装置の概要

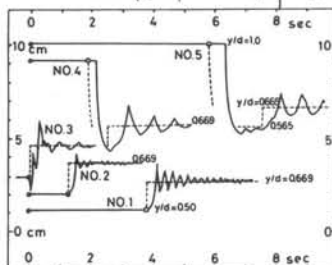
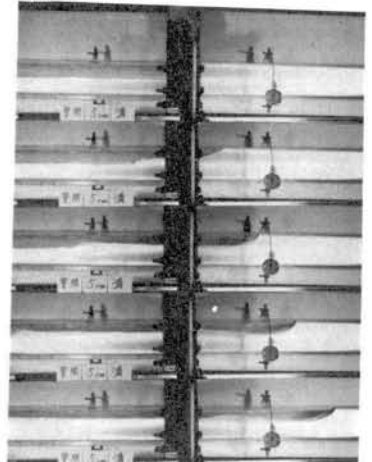


図-5 オンロ記録との比較

写真-1 $y_0/d = 0.50$