

東京大学工学部 正員 ○ 伊藤 和夫

正員 松尾 友矩

1. はじめに

回転円板装置における酸素移動に関して、Zeevalkink⁽¹⁾は生物反応の伴わない系での酸素移動液膜係数を測定しているが、彼らの用いた理論式では実測値を説明し得ていない。それは彼らも指摘している通り、円板付着水膜と槽内水の混合の問題に帰着できる。この付着水膜と槽内水の混合を定量化するモデルを作ることは、酸素移動に限らず、ひろく水中での物質移動機構を解明する上で不可欠な基礎的知見を与えるものと思われる。

本報では、酸素移動機構の解析を通して筆者らが提示した混合モデル⁽²⁾を簡単に説明し、得られた理論式と円板径や浸漬率等を変えた種々の条件下での実測値を比較することにより、混合モデルの妥当性を検討する。また円板付着水膜厚さも測定したので、あわせてここに報告する。

2. 付着水膜と槽内水の混合モデル

付着水膜と槽内水との間の物質移動には、2つの機構が介在すると考えられる。1つは物質の拡散によるものであり、他の1つは流体塊自体の比較的大きなスケールの混合によるものである。円板が水中にある時、その大部分の領域では分子拡散による物質移動が支配的であるが、円板が水中から空中に出る部分（出口部）では、そこで形成される渦により乱され、流体塊自体の混合が起きると考えられる。円板が空中から水中に入る部分での混合は、槽内の流水の観測結果⁽³⁾から、なめらかな形状の円板では無視できると考えられる。

さて、水膜中の物質が一回の滞水時間中に槽内水に移動する割合を水膜交換率 f と定義し、 f を分子拡散による項 f_1 と出口部での混合の項 f_2 に分けて、(1)式で表す。 f_2 については、境界条件の設定の仕方でも異なる形を取るが本報における槽内水中への酸素の移動に関しては(2)式で表せる。(2)式中の付着水膜厚さ δ は、Zeevalkink⁽⁴⁾によれば(3)式で表せる。 f_2 については、境界層を形成していた流体が出口部で推進力を失い、鉛直方向単位時間内に失われる運動エネルギーのある割合が水膜中に逸散されると考えて、その逸散率に比例して混合が起きると仮定する。境界層厚さを(4)式で評価すると、 f_2 は(5)式として定式化される。(5)式中の α は実験的に定められる定数である。

以上述べた混合モデルを、空気中から水膜を通して槽内水にうつる酸素移動の問題に適用し、(6)式で総括的酸素移動液膜係数 K_L^* を定義すると、 K_L^* は(7)式で表せる。(7)式中の K_L は(8)式で与えられる。酸素分子の拡散係数 D は(9)式で与える。

$$f = f_1 + (1 - f_1)f_2 \quad (1) \quad f_1 = \left(\frac{DE_L}{\delta} \right) \left\{ \frac{1}{\pi} - \text{ierfc} \left(\frac{\delta}{\sqrt{D t_a}} \right) \right\} \quad (2)$$

$$\delta = \frac{4}{15} \sqrt{\frac{2V}{g}} \sqrt{\omega R \sin \phi} \quad , \quad \sin \phi = \sqrt{1 - (R_i/R)^2} \quad (3)$$

$$L = R^{0.6} (\omega/\omega_0)^{0.2} \quad (4) \quad f_2 = \alpha \omega^{0.3} \omega_0^{0.3} R^{2.1} (\sin \phi)^{1.5} \quad (5)$$

$$V \frac{dC_b}{dt} = K_L^* A_a (C^* - C_b) \quad (6)$$

$$K_L^* = \left[f / \{ (1-f)k + f \} \right] K_L \quad , \quad k = K_L t_a / \delta \quad (7)$$

$$K_L = 2 \sqrt{\frac{D}{\pi t_a}} \left[1 + 2 \sqrt{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \text{ierfc} \left(\frac{n \delta}{\sqrt{D t_a}} \right) \right] \quad (8)$$

$$t_a = \left[\int_0^{\pi} \left(1 - \frac{1}{2} \cos^2 \theta \right)^{3/2} d\theta \right]^2 / \left[\int_0^{\pi} \left(1 - \frac{1}{2} \cos^2 \theta \right)^{1/2} d\theta \right]^2$$

$$D = 7.87 \times 10^{-10} (T_k/\mu) \quad [\text{cm}^2/\text{s}] \quad (9)$$

(記号表)		R	円板半径	[cm]
Aa	気液接触面積	Ri	水表面と円板中心距離	[cm]
C	付着水膜中のDO濃度	T	一周期; $T = 2\pi/\omega$	[s]
C*	飽和DO濃度	$t_a(\text{hw})$	平均滞空(滞水)時間	[s]
C ₁ (C ₀)	付着水膜・空中・水中のDO濃度	Tk	絶対温度	[K]
C ₀	槽内水中のDO濃度	V	槽内水の体積	[cm ³]
D	酸素の分子拡散係数	Z	円板面から水中へ垂直にみた距離	[cm]
f	水膜交換率	δ	平均付着水膜厚さ	[cm]
g	重力加速度	ρ	水の密度	[g/cm ³]
H	無次元水深位置; $H = R_i/R$	ν	水の動粘性係数	[cm ² /s]
K _L	酸素移動液膜係数	μ	水の粘性係数	[g/cm·s]
K _L [*]	総括的酸素移動液膜係数	ω	円板回転角速度	[rad/s]
k	水膜と槽内水の伝達係数	$\text{ierfc}(x) = \int_x^{\infty} \text{erfc}(t) dt$		
L	境界層厚さ	$\text{erfc}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^{\infty} \exp(-t^2) dt$		

3. 実験結果との対比

表1に実験装置の概要を示すように、円板径90cm(φ90)と30cm(φ30)の円板を用いて以下のような実験を行った。

①平均付着水膜厚さの測定 表1中の図に示すXY部分に化粧紙を押し当て、約1回転分の水膜量を吸収させ、その重量の増加分から平均付着水膜厚さを測定した。その結果を $\sqrt{\omega R \sin \phi}$ に対してプロットしたのが図2である。誤差の大きい測定であることを考えれば、水膜厚さ δ は $\sqrt{\omega R \sin \phi}$ と直線関係にあり、さらに浸漬率や円板径の速

いによらず、ほぼ一本の直線に乗ると判断できる。またその傾きを求めると、 $1.2 \times 10^3 (\text{cm}^2/\text{s})$ となる。測定時の水温は13.5~15.5℃であり、その中央値15.5℃の場合で(3)式より傾きを求めると、 $1.28 \times 10^3 (\text{cm}^2/\text{s})$ となり、実測値とはほぼ一致している。従って(3)式による水膜厚さの評価は妥当なものと考えられる。

② K^* の測定 まず(5)式中の α を求めるためには、(7)式において $K^* = K$ となる時、すなわち $f = f_2 = 1$ となる

ような (ω, R) のデータが1組あればよい。図3より、 $\phi 30$ の場合 $f = f_2 = 1$ となる円板回転数110rpmから求めると、 $\alpha = 3.48 \times 10^3 (\text{cm}^2/\text{s})$ となる。以後この値を全ての場合に適用する。図4に、 $H = 0.14$ の場合の K^* を円板回転数に対してプロットした。 $\phi 90$ の場合に浸漬率を変えて同様なプロットとしたのが図5である。なお温度係数1.02として K^* の測定値に温度補正を行い、図4では25℃に、図5では15℃に換算した。図4を見ると、特に $\phi 30$ の場合 Yamane らにより与えられた理論式(8)とは実測値と全く合わないが、混合のモデルを導入した(7)式ならば、実測値とよく一致することがわかる。 $\phi 90$ の場合は差がそれ程明確ではないが、図5で浸漬率が浅くなっていくと、(7)式の方が実測値とよりよく一致することがわかる。(7)式が実測値と合うのは、混合のモデルを考慮しているからであり、このことから逆に、筆者らが提示した混合のモデルは妥当なものであったと考えられる。

③ 撓粗度の混合に及ぼす影響 これまでは平板を用いての実験であったが、図1に示すように高さ1mmの撓粗度を円板面に放射状につけて、 K^* の測定を行った結果を図6に示す。このような撓粗度をつけても、水面の乱れや攪動は、平板の時と較べて顕著な差は認められなかった。図6から粗度なしの場合は(7)式に、高さ1mmの撓粗度の場合は(8)式にほぼ従うことがわかる。これは撓粗度をつけたことによって、水膜交換率 $f = 1$ になることを示している。境界層厚さは1mm以内と考えられるので、それと同程度以上の高さの撓粗度の存在によって、出口部での乱れが強くなり、 $f_2 = 1$ になるからではないかと思われる。

4 まとめ ①円板付着水膜厚さは、円板周速度の平方根に比例することを確認した。②水膜と槽内水の混合のモデルを導入すると、 K^* の実測値をよく説明でき、このことから混合モデルが妥当なものであると判断した。③高さ1mmの放射状の撓粗度の存在により、 f_2 は1となった。

謝辞 本報をまとめるにあたって、実験の一部を行なって下さった大野芳秀君に謝意を表します。

参考文献 (1) Zaslavskiy S (1978); Water Research 13 (2) 伊藤、北尾 (1982); 水工学学会論文集 (3) 北尾、伊藤 (1981); 衛生工学会論文集 (4) Zaslavskiy S (1978); Water Research 12 (5) H.S. Schlichting (1968); Boundary Layer Theory (6) Yamane Y (1972); J. Chem. Engng. Japan 5

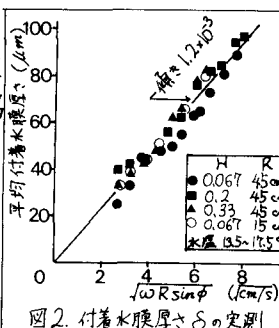


図2. 付着水膜厚さ δ の実測

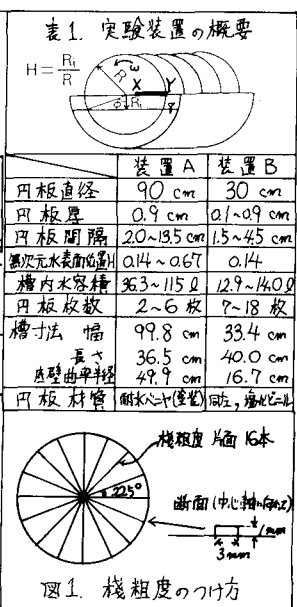


図1. 撓粗度のつけ方

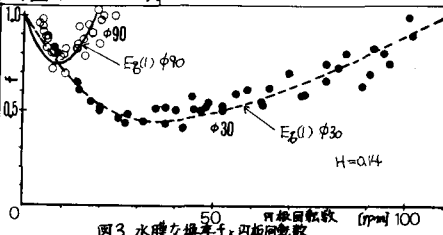


図3. 水膜交換率 f と円板回転数

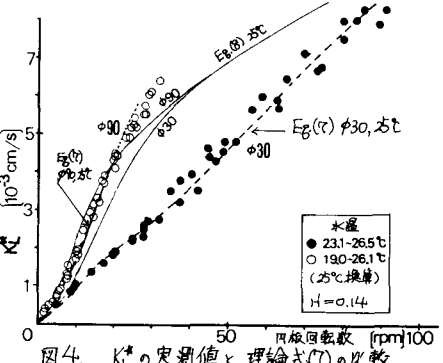


図4. K^* の実測値と理論式(7)の比較

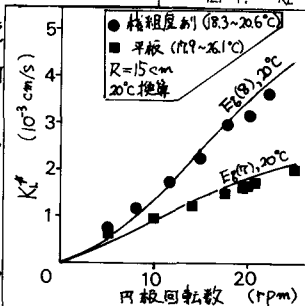


図6. 撓粗度の影響

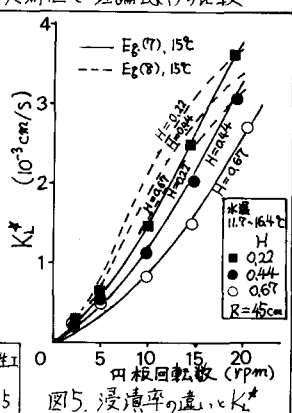


図5. 浸漬率の違いと K^*