

京都大学工学部 学生員 西村 和弘

京都大学工学部 正員 寺島 泰

京都大学工学部 正員 尾崎 博明

1. はじめに 筆者らは、高勾配磁気分離法(high gradient magnetic separation; HGMS)について下・廃水処理への適用を目的として研究を進めており、基礎、応用面での成果の一部についてはすでに報告を行なっている。ところで基礎的課題のうちでも特に磁性線へ付着する磁性粒子の軌跡についての研究は最も重要な事項であるが、粒子運動に関与する種々の因子のうち、磁気力と同様に重要な流体抵抗力を算出する際に必要な流れ場の表現については、確かな検証もないままポテンシャル流近似が用いられることが多い。そこで今回は、ビデオ装置を用いて粒子軌跡等を直接的に観察する方法により追跡し、流れ場の表現を変えた軌道理論から計算される軌跡等との整合性の検討を行ない、流れ場表現の妥当性について考究した。

2. 運動方程式の数値計算 孤立磁性線に接近してくる粒子の軌跡は、その粒子に作用する種々の力によつて運動方程式をたて、これを適当な初期条件下で解析的・数値的に解くことにより求めることができる。磁性粒子に磁気力 $\vec{F}_m$ とその競合力である流体抵抗力 $\vec{F}_d$ 、重力 $\vec{F}_g$ 、慣性力 $\vec{F}_i$ が作用する場合、運動方程式は $\vec{F}_i + \vec{F}_m + \vec{F}_d + \vec{F}_g = 0$ となる。この式を図-1に示す極座標系(r, θ)で具体的に表わすとこの式のようになり、これを解くことにより粒子軌跡や捕獲半径が求まる。ここで捕獲半径とは図-2に示すように捕集体上へ到達しうる粒子軌跡のうち、捕集体のはるか上流で最大のx座標をとる軌跡について、そのx座標をaで規格化した無次元数(x_{max}/a)のことをいう。

$$\left. \begin{aligned} K \left\{ -\frac{d^2 r}{dt^2} + r \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 \right\} - \frac{V_m}{V_0} \left(\frac{r}{R_0} - \frac{\cos 2\theta}{R_0^3} \right) + \left(\frac{V_r}{V_0} - \frac{dr}{dt} \right) + N_g \sin \theta &= 0 \\ K \left\{ -r \frac{d^2 \theta}{dt^2} - 2 \left(\frac{dr}{dt} \right) \left(\frac{d\theta}{dt} \right) \right\} - \frac{V_m}{V_0} \frac{\sin 2\theta}{R_0^3} + \left(\frac{V_\theta}{V_0} - r \frac{d\theta}{dt} \right) + N_g \cos \theta &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

ここで、 $K = 2\pi\mu_0 b / q\eta a$ (慣性パラメータ)、 $V_m / V_0 = 2\chi_s H_0 M b^2 / q\eta a v_0$ (V_m : 磁気速度)

$R_0 = \chi_s \mu_0 H_0$ (反磁場パラメータ)、 $N_g = 2b^2(\rho_p - \rho_f)g / q\eta v_0$ (重力パラメータ)、 $\tau = v_0 t / a$ であり式中の記号はa: 細線半径、b: 粒子半径、 ρ_p : 粒子密度、 ρ_f : 流体密度、 η : 流体粘度、 v_0 : 流体の表面速度、 V_r, V_θ : 流体速度のr, θ 成分、H: 印加磁場、M: 細線の磁化、 χ_s : 粒子の比磁化率、 μ_0 : 真空の透磁率、g: 重力加速度、t: 時間である。流れ場の近似方法としては、ポテンシャル流近似、クリーピング流近似、ナビヤーストクズ式を使う方法などがあり、一般的に細線に関するレイノルズ数により表現を変えるとされている。流体抵抗力 $\vec{F}_d$ のr, θ 成分は、ポテンシャル流近似のときは、 $\vec{F}_{dr} = 6\pi\eta b \left\{ (1 - \frac{r}{a}) v_0 \sin \theta - \frac{dr}{dt} \right\}$, $\vec{F}_{d\theta} = 6\pi\eta b \left\{ -(1 + \frac{r}{a}) v_0 \cos \theta - r \frac{d\theta}{dt} \right\}$... (3)、クリーピング流近似のときは、 $\vec{F}_{dr} = 6\pi\eta b \left\{ \left[\ln \left(\frac{a}{r} \right) - \frac{1}{2} (1 - \frac{r}{a}) \right] v_0 \sin \theta - \frac{dr}{dt} \right\}$, $\vec{F}_{d\theta} = 6\pi\eta b \left\{ \left[\ln \left(\frac{a}{r} \right) + \frac{1}{2} (1 - \frac{r}{a}) \right] v_0 \cos \theta - r \frac{d\theta}{dt} \right\}$... (4) ことに $C_L = 1 / \ln(3.7 / (R_0 v_0 a / \eta))$ である。ナビヤーストクズ式を使う方法ではナビヤーストクズの式 $(\nabla \cdot \vec{P})\vec{v} = -\nabla \phi + \frac{1}{6} \nabla^2 \vec{v}$ と連続の式 $\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} = 0$... (5) から圧力項を消去して流れ関数と渦度の式に変換してSOR法により流速の数値解を求めた。ここで(5)式の上付きは以下のようにして無次元化した無次元変数である。 $\bar{r} = r/b$, $\bar{\theta} = \theta/b$, $\bar{v}_r = v_r/v_0$, $\bar{v}_\theta = v_\theta/v_0$, $\bar{P} = P/\rho_f v_0^2$, $\bar{\nabla} = \frac{1}{b} \frac{\partial}{\partial \bar{r}} + \frac{1}{b} \frac{\partial}{\partial \bar{\theta}}$, $\bar{\nabla}^2 = \frac{\partial^2}{\partial \bar{r}^2} + \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial}{\partial \bar{r}} + \frac{\partial^2}{\partial \bar{\theta}^2}$, ここでPは圧力である。なお粒子軌跡の数値計算は4次のルンゲ・クッタ法により行なう。

3. 高勾配磁気分離による実験及び考察 (1) 実験装置と方法 実験装置を図-3に示す。磁場は流れ方向及び磁性線に対して垂直に印加した。原水は自然流化方式により上向流でセルへ供給した。実験粒子はビロリン酸マンガン($Mn_2 B_4 O_{11}$)を摩砕後沈降法により整粒したものをを用いた。粒子の諸元を表-1に示す。実験は次の

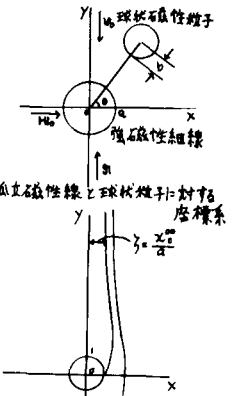


図-2 捕獲半径の定義

2種類行なった。

④粒子軌跡観察実験;前記の実験装置を用いて粒子の軌跡を細線断面方向からTV-カメラにより追跡し、ビデオに収録後テレビ画面上における像の収差補正をした上で画面上の軌跡を記録した。

⑤粒子堆積断面積の経時変化の観察による比捕獲半径の決定;細線への粒子の捕捉を断面積方向から観察すると時間と共に粒子が少量に堆積する。

本実験ではこの堆積を観察し、(5)式を用いて比捕獲半径 r_0 の値を求めた。

$r_0 = \frac{\pi \alpha \beta \rho_p}{2 V_0 C_m} \frac{d}{dt} \left(\frac{S}{S_0} \right) \quad (5)$ ここで S は堆積粒子の断面積(m^2)、 S_0 は捕集体断面面積(m^2)、 C_m はフルタ又はセルへの流入濃度(ppm)である。 β は占有率、つまり堆積粒子の見かけの占有体積に対する真の占有体積の比のことであり本実験では $\beta = 0.24$ という値を用いた。

(2)結果及び数値計算との比較 計算及び実験により得られた比捕獲半径の値を表-2に示す。また得られた軌跡の比較を図-4に、計算による粒子捕捉の限界を表わす限界軌跡の比較を図-5に、レイノルズ数と比捕獲半径との関係を図-6(a),(b)に示す。図-4からわかるように実験におけるレイノルズ数において、捕獲半径の小さいものは観察による軌跡と計算によるそれとの間には大きな差異がなく、ポテンシャル流近似の軌跡でも十分に表わせるが、図-5からわかるように捕獲半径が大きくなり限界比捕獲半径となると、計算による限界軌跡はかなり異なる。

次に表-2に示すように軌跡観察の実験より実際に見た比捕獲半径の値は、クリーピング流近似により計算した値や堆積観察の実験により求めた値に近く、ポテンシャル流近似で計算した値やナビア-ストークス式により計算した値と比較するとかなり小さいことがわかる。また図-6(a),(b)からわかるように比捕獲半径の値は、細線に関するレイノルズ数が大きくなるにつれ、つまり流速が速くなるにつれて双曲線状に小さくなることわかる。

4. おわりに 従来用いられてきたポテンシャル流近似による軌跡は、実験により観察したもの比べて捕獲半径の小さい値での例については比較的近いものの比捕獲半径の値は大きい異なり、無条件に流れ場としてポテンシャル流を用いることは問題が多数ことが判明した。またナビア-ストークス式を用いる方法に関しても今後改善の余地が残されており、さらにまた今後はより精密な粒子軌跡観察方法の確立のため、粒子がよく見えるようにするための整粒方法や照明の最適条件の問題などが課題であるといえる。なお、最後に本研究は科学研究費(試験研究(2))の補助によるものであることを付記しておく。

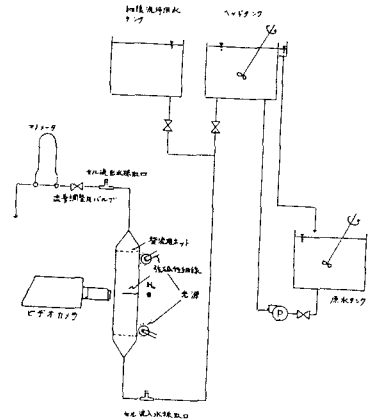


図-3 粒子軌跡観察装置の概略図

表-1 ピロリン酸マンガン の諸元

平均粒径 $2b(\mu m)$	10.40
密度 $\rho_p(g/cm^3)$	2.65
石炭化率 $x(emu/cm^3/Oe)$	$2.44 \cdot 10^{-3}$

表-2 ピロリン酸 マンガンの比捕獲半径

条 件	r_1	r_2	r_3	r_4	r_5
$V_0 = 0.39 \times 10^{-2} (m/s)$ $Re = 2.38$	5.58	2.88	5.00	2.60~3.00	3.14
$V_0 = 0.50 \times 10^{-2} (m/s)$ $Re = 3.06$	5.10	2.25	4.25	2.40~2.80	2.94

- r_1 ポテンシャル流近似で計算した値
- r_2 クリーピング流近似で計算した値
- r_3 ナビア-ストークス式より計算した値
- r_4 粒子軌跡観察の実験より求めた値
- r_5 粒子堆積断面積の経時変化の観察の実験より求めた値

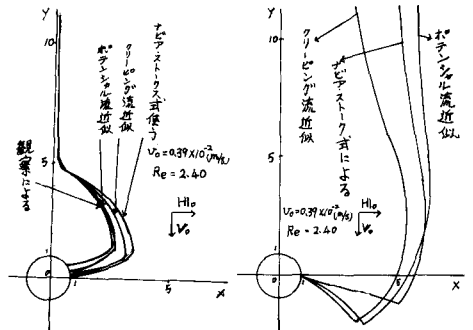


図-4 粒子軌跡の比較 図-5 計算による限界軌跡の比較

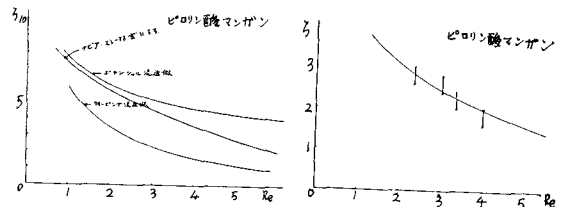


図-6(a) 計算によるレイノルズ数と比捕獲半径との関係 図-6(b) 実験によるレイノルズ数と比捕獲半径との関係