

北海道大学工学部 学生員 松井 佳彦

北海道大学工学部 正会員 丹保 憲仁

1. はじめに 本研究は、フロックの内部構造とせん断流れ中でフロックに作用する力を検討し、フロック破壊の生ずる速度勾配とフロック径の関係を求めるものである。

2. フロックの内部構造及び密度関数 フロックの内部構造を次のように仮定する。フロックは等密度で同一の形をした均一な基本粒子より成る。内部構造は図1のように、集塊がヒエラルキーを帯びて段階的に増加する形で構成されている。ここで $(n-1)$ 段階の集塊を生じた粒子 i 個が、集塊のヒエラルキーを一段上げることに一定の空隙を新たに内包し、(構造空隙率 α)、 n 段の集塊粒子を構成すると、その有効密度と径の間に物質収支をとることによって式-1, 2の関係が成立する。

$$\rho_{e,n} = \frac{i \rho_{e,n-1}}{(d_n/d_{n-1})^3} \quad \text{--- (1)}$$

$$i = (1-\alpha) \left(\frac{d_n}{d_{n-1}} \right)^3 \quad \text{--- (2)}$$

ここで、 ρ_e , d の添字は集塊のヒエラルキー(次数)を表現している。

式-1, 2において添字 $n-1$ なる次数を順次低下させ、両式を結合すると、式-3のフロック密度関数が得られる。

$$\frac{\rho_{e,n}}{\rho_{e,0}} = \left(\frac{d_0}{d_n} \right)^K \quad K = \frac{3}{1 - \ln i / \ln(1-\alpha)} \quad \text{--- (3)}$$

ここで、添字0は基本粒子を示す。式-3より、集塊の構造空隙率が小さいということは、フロック中の基本粒子の相互付着点数が大きいということであり、この場合フロック密度関数の傾きは小さくなる。

3. フロック強度 破壊に対するフロックの強度は内部の場所によって異なるが、その強弱分布はフロックの中心から、ある関数に従って漸変すると考えられる。また、基本粒子相互の付着強度はある平均値回りに分布しているが、ここでは平均値によって代表する。フロックの平均的な引張強さは、破壊断面の空隙率がフロックの空隙率 ε に等しいとするとRumpfの解析に基いて¹⁾、式-4のように表現できる。

$$\sigma_z = \frac{1-\varepsilon}{\pi d_0^2} r f \quad \text{--- (4)}$$

ここで σ_z : フロックの引張破壊の応力度 (dyne/cm^2)

r : フロック内の基本粒子の配位数 (無次元)

f : 基本粒子の一配位についての付着力 (dyne)

フロックの基本粒子の配位数は、それがフロック内で均一に分布してい

る場合には、フロック空隙率の関数となる。しかし、上述のフロック構

造のような場合は定数となる。つまり、集塊のヒエラルキーが一段階上がることによるフロック内の付着点の増加を m とすると、基本粒子1個当りの配位数 r は式-5で示され、集塊のヒエラルキーが数段に上がるだけで一定値に収束する。ここで、式-6の関係を式-4に代入すると式-7の関係が得られる。

$$r = \sum_{k=0}^n \frac{m}{i^k} \quad \text{--- (5)}$$

$$1-\varepsilon = \rho_e / \rho_{e0} = \left(\frac{d_0}{d} \right)^K \quad \text{--- (6)}$$

$$\sigma_z = \frac{r f}{\pi d_0^2} \frac{\rho_e}{\rho_{e0}} = \frac{r f}{\pi d_0^2} \left(\frac{d_0}{d} \right)^K$$

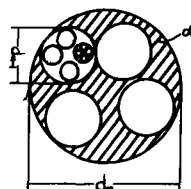


図-1

以上の議論は、フロック破壊は平面で生ずると仮定している。しかしながら、フロックの破壊が内部構造の弱点で生じ、構造のヒエラルキーを下げる様式で進行すると考えられる場合は、フロックの破壊に対する抵抗力は式-8で表現できる。

$$F_z \sim \pi d^2 \sigma_z / 4 = \text{const} \quad , \quad \sigma_z \sim (1/d^2) \quad \text{--- (8)}$$

4. 流体がフロックに及ぼす力 フロックと流体の密度差は小さく、それがフロック破壊へ及ぼす影響は無視できるので、定常な流体の運動を考える。流体塊の運動は、平行移動、回転、伸び縮みの3つの運動の合成と考えられ、それらの中で伸び縮みだけが、フロックを球体と仮定した場合にフロックに力を及ぼすことになる。流体粒子の速度 $v(x, y, z, t)$ を点 (x, y, z) のまわりで Taylor 展開し、2次以降の項を省略し、次いで、平行移動、回転の運動を消去すると、式-9のようにフロックに力を及ぼす流体の運動を示すことができる。

$$\begin{cases} u = \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_0 (x - x_0) = A\xi \\ v = \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)_0 (y - y_0) = B\eta \\ w = \left(\frac{\partial w}{\partial z}\right)_0 (z - z_0) = C\zeta \end{cases} \quad \text{--- (9)}$$

式-9で表現される流れの中心に球体を置き、球体に作用する力を求める。

式-9を連続の条件と、球体表面で速度ゼロという条件の下で解くと式-10が得られる。²⁾

$$u = A\xi - \frac{5}{2}\xi \frac{a^3}{R^5} (A\xi^2 + B\eta^2 + C\zeta^2) \left(1 - \frac{a^2}{R^2}\right) - \frac{a^5}{R^5} A\xi \quad \text{--- (10)}$$

ここで a : 球体の半径 $R = \sqrt{\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2}$

式-10より球体表面の圧力分布を求めると、式-11が得られる。

$$X_R = 5A\xi\mu/a \quad Y_R = 5B\eta\mu/a \quad Z_R = 5C\zeta\mu/a \quad \text{--- (11)}$$

ここで X_R : R 軸に垂直な面において X 方向に作用する力 (dyne/cm^2)

5. せん断流れ中でのフロックの破壊 フロックを球体と仮定し、単純

せん断流れ場に上述の理論を適用する。図-2のような流れに置かれたフロックに作用する力は、フロックが流れに対して自由であることから、図-3の状態に置き換えて考えることができる。図-3の流れで座標軸を主応力方向にとり、球体フロックに力を及ぼさない回転運動を消去すると、図-4の形の流れに帰し得る。つまり図-3の流れを示す式-12は、上述のような手順を経て図-4の流れに帰一することによって、式-13のように変換できる。

$$\begin{cases} u_K = G\xi \\ v_K = 0 \end{cases} \quad \text{--- (12)} \quad \begin{cases} u = \frac{1}{2}G\xi \\ v = -\frac{1}{2}G\eta \end{cases} \quad \text{--- (13)}$$

式-9と式-13から式-9の係数 A 等を求め、式-11に代入して積分すると

ξ 軸に垂直で $\xi = \xi$ なるフロック面に作用する力は式-14で与えられる。

$$F_\xi = \frac{5}{2}\pi\mu a^2 \sin^2\theta \quad \text{--- (14)}$$

従って式-7と式-14よりフロックが平面的に破壊するような場合の速度勾配 G_1 値は式-15で示される。また、内部で部分的に空隙率の大きい断面、つまり構造弱点を経て生じるフロック破壊を誘起するような速度勾配 G_2 値は式-16で示される。この場合には力の作用する方向と、構造弱点を持つ断面の方向が一致した時に破壊が生じる。

$$G_1 = \frac{2}{5} \frac{r f}{\pi \mu d^2} \left(\frac{d_0}{d}\right)^K = \frac{2}{5} \frac{r f}{\pi \mu d^2} \frac{p_0}{p_0} \quad \text{--- (15)} \quad G_2 \sim \left(\frac{1}{d}\right)^2 \quad \text{--- (16)}$$

また一般に、 $G_1 > G_2$ としてよいので、 $G > G_1 > G_2$ の場合には平面破壊、 $G_1 > G > G_2$ の場合は構造弱点破壊となる。また式-15、16をまとめ、フロック密度関数のベキ数 K に丹保・渡辺のデ-タを代入すると式-17が得られる。³⁾

$$G \sim \left(\frac{1}{d}\right)^{1 \sim 2} \quad \text{--- (17)}$$

参考文献

1) H. Rumpf : Chemie-Ing-Techn, 42, 538, 1970

2) Einstein : Annalen der Physik (4) 19, 1906

3) Tambo & Watanabe : Water Research Vol 13, 1978

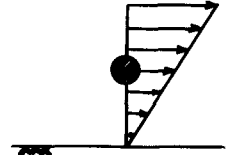


図-2

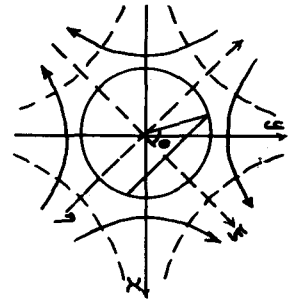


図-3

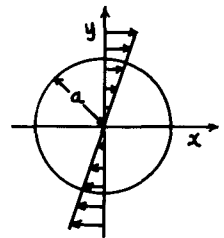


図-4