

京都大学工学部 正員 古市 徹
 京都大学工学部 正員 平岡 正勝
 三菱総合研究所 正員 中条 寛

1. はじめに 移流拡散現象を数値シミュレーションする方法として、大別して Euler 的方法と Lagrange 的方法とがある。前者は数学モデルとして移流拡散方程式を用い、有限差分法(FDM)や有限要素法(FEM)によって離散化して解く方法であり、安定条件等スキームが満たさなければならない制約条件がある¹⁾。一方後者は直接流れにのった粒子の運動に注目した数学モデルを用いるもので、モンテカルロ法に代表される方法であり、流れ場の観測データや乱れの構造を反映しにくいという欠点がある。本研究で提示する確率微分方程式モデル(SDEM)は後者に属する方法ではあるが、①観測データとモデルパラメータとの対応がしやすい、②数値計算上の安定条件等の制約がない、③移流拡散方程式を用いた場合に、拡散係数を単純にスケールアップしただけでは表現できない乱流拡散現象をシミュレートできる、などの特徴をもっている。したがって本報では、SDEMを大気拡散現象に適用した場合について、その有効性および応用可能性などについて考察を行った。

2. SDEMの位置付け Lagrange的方法はFig.1のように分類できる²⁾。MCMは式(1)で表わされるモンテカルロ法のことである。またCRMとは日野によって提案された複合乱数モデル³⁾のことである。本研究でのSDEMとは式(5)で表わされるモデルであるが、分子拡散は乱流拡散に比べて十分に小さいものとして計算上Nの項は無視している。式(5)は式(2)~(4)の過程から導かれる。式(2)と(3)の関係は、Fokker-Planck eq. と伊藤型確率微分方程式の関係にある⁴⁾。式(5)を計算時間間隔 Δt sec で離散化して以下のシミュレーションを行うが、計算実行上の必要粒子数、定常到達時間、演算時間等の議論は講演時に述べる。

$$\begin{aligned} X(t+\Delta t) &= X(t) + \bar{U}\Delta t + \sqrt{2K\Delta t}N(t) & (1) \\ \frac{\partial C}{\partial t} &= -\nabla \cdot (UC) + \nabla^2 (DC) & (2) \\ dX(t) &= U_L(X,t)dt + \sqrt{2DN(t)}dt & (3) \\ U_L &= \bar{U}_L + U'_L = \bar{U}_L + \sqrt{U'_L} M_L(t) & (4) \\ dX(t) &= \bar{U}_L dt + \sqrt{U'_L} M_L dt + \sqrt{2DN(t)}dt & (5) \end{aligned}$$

記号
 C: 濃度 (g/m³) {添字 E Euler 量
 U: 流速 (m/s) " L Lagrange 量
 U': 流速変動 (m/s)
 X: 粒子の位置 (m)
 N: 標準正規白色ノイズ
 M_L: Lagrangeノイズと同じ相関をかつ
 パワー1/2のノイズ
 D: 分子拡散係数 (m²/s)
 K: 乱流 " (")
 T_L: Lagrange 時間スケール (s)

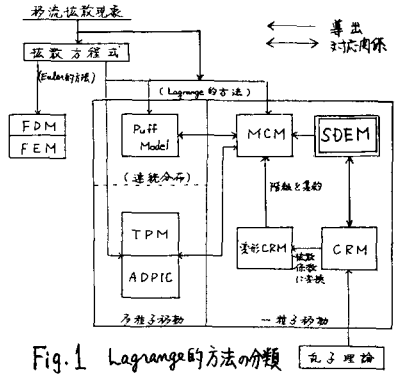


Fig.1 Lagrange的方法の分類

3. 等方等質な2次元一様流でのシミュレーション

想定した計算領域は風下距離200m、幅±10mの2次元の矩形領域とし、counting netの大きさは $\Delta x = 4m$ 、 $\Delta y = 0.5m$ として煙源S(0,0)の位置より粒子を放出するものとする。ここでは定常濃度を問題とするため、Taylorのone particle analysisに従って解析を行った。Fig.2にMCM, CRM, SDEMの各方法によるy方向の分散 $\bar{y}^2$ の比較を示している。MCMは解析解のときの $\bar{y}^2 = 2Kt$ の直線にのり、CRMとSDEMはTaylorの理論に従っていることがわかる。次に $K = T_L \cdot \bar{U}^2$ を一定としながら、比 $T_L/\Delta t = 1, 4, 10$ とした場合の分散 $\bar{y}^2$ の変化をFig.3に示しており、それぞれTaylorの理論に従っているが勾配の違いにより拡散の傾向が異なることがわかる。このときのシミュレーション結果と解析解との差をFig.4~6に示して

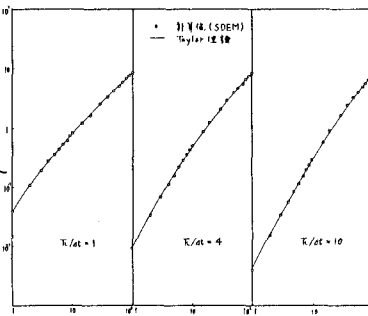


Fig.3 Travel Time (sec) $T_L/\Delta t$ の違いによる $\bar{y}^2$ の変化

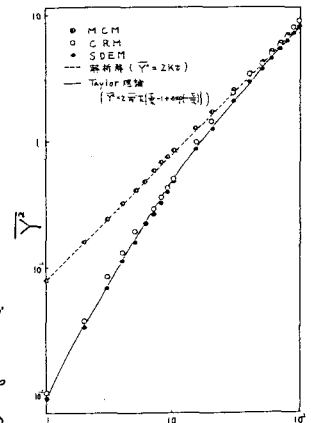


Fig.2 Travel Time (sec) MCM, CRM, SDEMの $\bar{y}^2$

いる。解析解との差から、 $T_e/\Delta t$ が小さいと解析解に近づき、大きくなると解析解との差は遠い風下距離まで及ぶことがわかる。以上から、拡散係数がたとえ同一でも T_e が異なれば拡散状況は大きく違うことになり、これは移流拡散方程式では表現しきれない SDEM 固有の利点と考えられる。

4. 2次元せん断流でのシミュレーション

4方向の座標のとり方と煙源 S(O, He), Heは煙源高さ, の表現が3.の一樣流の計算領域と異なる。地表面は完全反射とする。平均風速鉛直プロファイルとしては Walters あるいは Roberts の式⁽⁵⁾と比較するため、べき乗則 $\bar{u} = \bar{u}_0 (z/z_0)^m$ を用いた。まず高さ方向に T_e が変化しない場合を考える。Heが低い程解析解との差が大きいことが Fig.7よりわかる。またべき指数が大きい程解析解との差が大きいことが Fig.8よりわかる。次に T_e が高さ方向に変化(べき乗則を仮定)するより現実的な場合を考える。このとき、このような空間構造をもつ乱数を Yule-Walker eq. からどのように導くかがモデル化のポイントになる。煙源位置の違い (Fig.9のaとb) とべき指数の違い (Fig.9のaとc) については、 T_e が高さ方向に変化しない場合と同様な傾向にあることがわかる。

5. おわりに 現実の大気状態を想定したシミュレーションでも、SDEMで拡散状況を定性的に表現できることがわかった。その一例として、Fumigation の例(50個の煙の軌跡)を Fig.10に示している。またSDEMでは3次元への拡張は、追跡する座標が1つ増すだけで、Euler的方法に比べて計算時間・記憶容量等において有利である。SDEMは河川などの拡散シミュレーションにも応用可能である⁽⁶⁾。

参考文献 (1) 平岡・古市・田中, 工学会論文報告集, No.195, pp.77-85 (1982) (2) 平岡・古市・中条, 第22回大気汚染学会講演集, No.524 (1981) (3) Hino, M., 工学会論文報告集, No.1235, pp.33-43 (1965), (4) Bullin, A. and Dukler, A.E., Environmental Science & Technology, Vol.8, No.2, pp.156-165 (1974), (5) 平岡・古市・田中, 空気浄化, Vol.15, No.6, pp.2-10 (1977), (6) 古市・平岡, 工学会第30回年次学術講演会概要集, II-292 (1975).

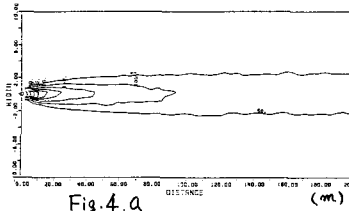


Fig. 4.a

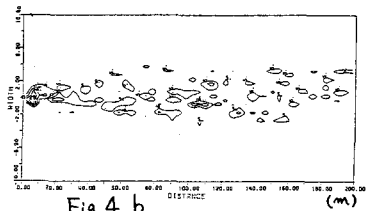


Fig. 4.b

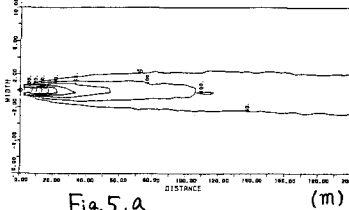


Fig. 5.a

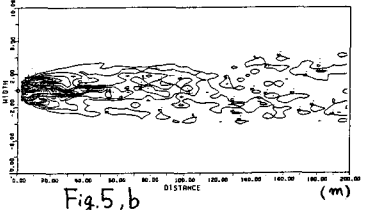


Fig. 5.b

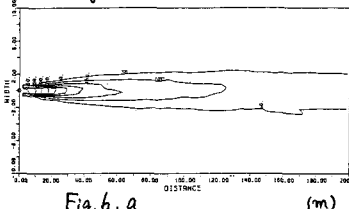


Fig. 6.a

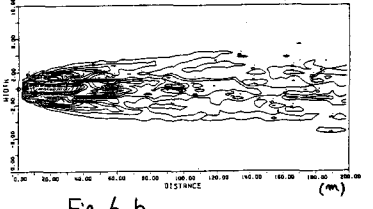


Fig. 6.b

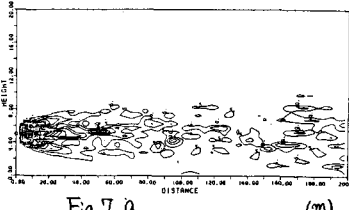


Fig. 7.a

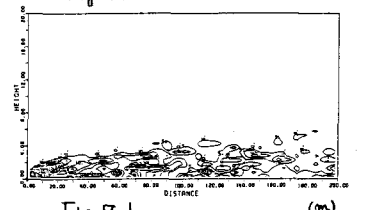


Fig. 7.b

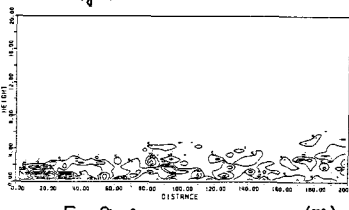


Fig. 8.a

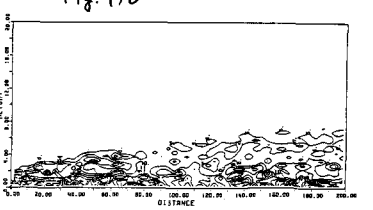


Fig. 8.b

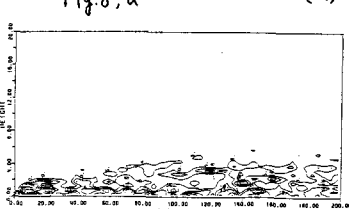


Fig. 9.a

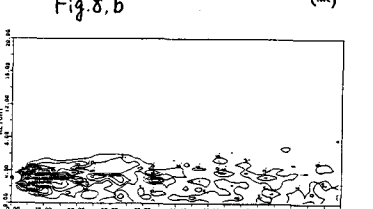


Fig. 9.b

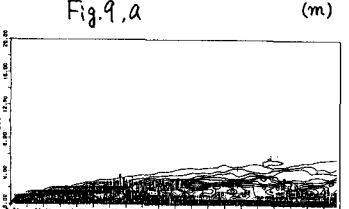


Fig. 9.c

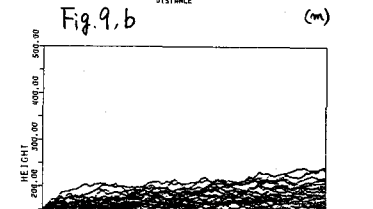


Fig. 10 Fumigation (m)