

京都大学工学部 正員 家村浩和 イリノイ大学工学部 A.H.S. Ang  
 イリノイ大学工学部 Y.K. Wen イリノイ大学大学院 C.-T. Chu

1. まえがき 強震時における構造物の信頼性解析にあたっては、非線形履歴振動系の不規則地震応答の確率統計的評価が基本的要件となる。この場合、通常等価線形化解析法による解析が実施されるが、構造物の自由度が多くなると、計算量が急激にほう大になるなどの問題がある。本研究では、構造物の変位量を2・3の基準化座標で表示し、各構造要素の非線形履歴特性をこれらの座標系に持ちこむ、新しい自由度縮小法を提案し、この妥当性を、厳密解との比較により検討した。

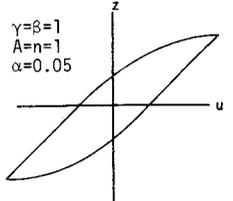


Fig.1 Wen's Softening Hysteresis Loops

2. 多自由度非線形履歴構造物の自由度縮小法 非線形履歴復元力特性 $F(u)$ を有する $n$ 自由度構造物の運動方程式は、次のようである。

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + F(u) = P(t) \dots\dots\dots (1)$$

ただし、 $M$ 、 $C$ は質量・減衰マトリックス、 $u \cdot P(t)$ は相対変位・外カベクトルである。いま $u$ が $k$ 次( $k \ll n$ )までの基準化座標 $y = (y_1, \dots, y_k)^T$ で表示できるものと仮定し、 $\phi_i$  ( $i=1, \dots, k$ )を直交モード系とすると、 $u = \sum_{i=1}^k \phi_i y_i$ となる。これを式(1)に代入し、同式の全項に $\{\phi_1, \dots, \phi_k\}^T$ を左側より乗ずると、自由度が $k$ に縮小された次式を得る。

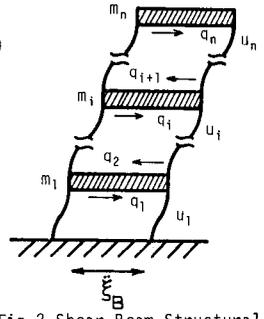


Fig.2 Shear Beam Structural Model

$$\begin{Bmatrix} (\phi_1^T M \phi_1) \ddot{y}_1 \\ \vdots \\ (\phi_k^T M \phi_k) \ddot{y}_k \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} (\phi_1^T C \phi_1) \dot{y}_1 \\ \vdots \\ (\phi_k^T C \phi_k) \dot{y}_k \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \phi_1^T F(\phi_1 y_1 + \dots + \phi_k y_k) \\ \vdots \\ \phi_k^T F(\phi_1 y_1 + \dots + \phi_k y_k) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \phi_1^T P(t) \\ \vdots \\ \phi_k^T P(t) \end{Bmatrix} \dots\dots (2)$$

ここで、 $\phi_i^T F(\phi_1 y_1 + \dots + \phi_k y_k)$ は、全要素の非線形性を取りこんだ $i$ 次の基準座標における履歴復元力特性である。

3. 等価線形化規範と履歴復元力特性 いま一般的な非線形微分方程式 $g(u, \dot{u}, \ddot{u}) = P(t)$ を、線形方程式 $M\ddot{u} + C\dot{u} + K u = P(t)$ に、2乗誤差最小の規範で等価線形置換する時、線形定数は次式により与えられることが報告されている。<sup>1)</sup>

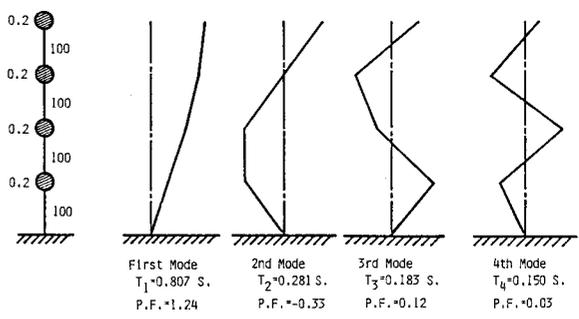


Fig.3 A 4 Story Structure with Uniform Mass and Stiffness

$$M_{ij} = E \left[ \frac{\partial^2 g_i}{\partial u_j^2} \right], C_{ij} = E \left[ \frac{\partial g_i}{\partial \dot{u}_j} \right], K_{ij} = E \left[ \frac{\partial g_i}{\partial u_j} \right] \dots\dots (3)$$

履歴復元力特性 $g_i$ としては、著者の1人が提案した次式を用いた。いま $u_i$ :質点間変位、 $z$ :履歴成分とすると、 $g_i = C_i \dot{u}_i + \alpha_i K_i u_i + (1 - \alpha_i) K_i z_i \dots\dots (4)$

ここで、 $\dot{z}_i = -\beta_i |\dot{u}_i| z_i |z_i|^{n-1} - \gamma_i \dot{u}_i |z_i|^{n-1} + A_i \dot{u}_i \dots\dots (5)$

ただし、 $K_i$ :初期剛性、 $\alpha_i$ :降伏前後の剛性比、 $A_i \cdot n_i \cdot \beta_i \cdot \gamma_i$ :履歴形状を決定するパラメーターである。本研究で採用した各値による形状をFig.1に示した。

4. 多自由度せん断型履歴構造物の不規則応答解析

4-1. 構造物モデルと応答解析 本研究では、Fig.3に示

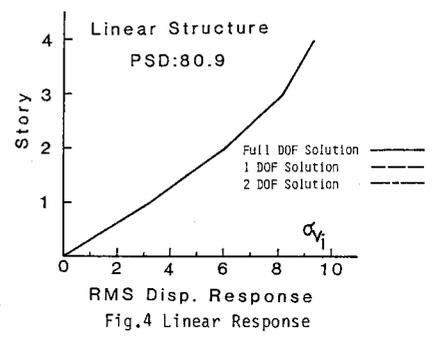


Fig.4 Linear Response

した4自由度せん断形モデルの数値計算を行った。各階の質量(Kip・Sec<sup>2</sup>/in)および剛度(KIP/in)は同一である。履歴復元力特性も同一で、降伏変位は0.5(in.)である。等価線形系の共分散応答マトリックス( $S = E[y_i(t)y_j(t)]$ )は、次式を解くことにより得られる。

$$\dot{S} = G\dot{S} + \dot{S}G^T + B \dots \dots \dots (6)$$

ここに、 $G \cdot B$ は等価線形パラメータおよび外力特性をより決定される定数である。定常状態の時には、当然 $\dot{S} = 0$ となる。入力としては、ホワイトノイズ入力に対するフィルタ( $\omega_0 = 15.6 \text{ rad/sec}$ ,  $\zeta_0 = 0.64$ )の定常絶対加速度応答を採用した。また  $C_i = 0.04\sqrt{r_i m_i}$ ,  $\alpha_i = 0.05$ としている。

4-2 1自由度近似による不規則応答 弾塑性構造物の損傷・破壊規範としては、加速度よりも変位応答の評価が重要であり、この場合、自由度の大幅な低減が期待できる。いま最も簡単に $v_i = \alpha y_i$ とおけば、式(2)は1自由度となる。この近似の妥当性を検討するため、Figs. 4・5に、線形系( $\alpha=1$ )および履歴系の定常相対変位応答のRMS値(in.)を、全自由度解と比較して示した。図中のPSDは、入力のスペクトル強度である。線形系では、まったく同一の応答となり、履歴系でもじんぱ率応答が小さい場合(Fig. 5(a),  $\mu_{max} < 2-3$ )には、良い近似となる。 $\mu_{max}$ が大きくなると(Fig. 5(b),  $\mu_{max} \approx 15$ )、剛性変化が中に与える影響が大きくなり、予測精度が落ちる。しかし、最上質実の応答は、よく一致している。同一の計算例に対して、応答評価 → 平均等価剛度の算定 → 中の修正(固有値解析) → 応答評価を、繰り返して収束計算した結果が、Fig. 6である。等価平均剛度の変化もあわせて示した。1自由度近似であっても、中の修正により各質実間の応答変位をかなり精度良く予測できることがわかる。

4-3 2自由度近似による不規則応答評価 自由度の数を多くすれば、予測精度は当然向上するであろう。いま $v_i = \alpha y_i + \beta z_i$ ( $\alpha, \beta$ :線形モード)とおくと、式(2)は2自由度となる。

Ini. Stiff.	1st Itera.	16th Itera.
100	99	100
100	67	83
100	41	47
100	32	28

Change of Equiv. Stiffness

Fig. 5(b)と同一の計算例に対する結果をFig. 7に示したが、特に各質実間変位の予測精度が非常に良くなっている。

5. あとがき 非線形履歴構造物の地震応答解析にあたっては、いわゆるモーダルアナリシスが適用できないから、問題の精度に応じて、任意の自由度に縮小した上で応答評価を行う本研究の工学的意義は大きいと言える。非定常応答解析結果などについては、講演時に発表する予定である。なお、本研究を実施するにあたって、米国National Science Foundationよりの援助を受けたことを付記して、感謝する次第である。

参考文献 1) Atalik and Utku, Earthquake Engineering & Structural Dynamics, Vol.4, 1976. 2) Won, Journal of Applied Mechanics, Vol.47, 1980. 3) Gersh, Journal of Acoustical Society of America, Vol.48, No.1, 1970.

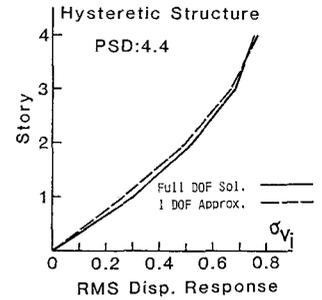


Fig.5(a) Hysteretic Response with 1 DOF Approx.

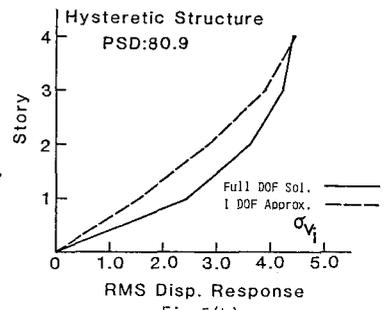


Fig.5(b)

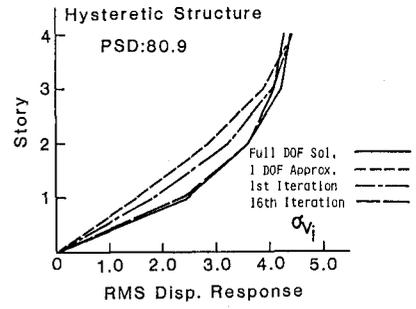


Fig.6 Hysteretic Response with Iteration of 1 DOF Approx.

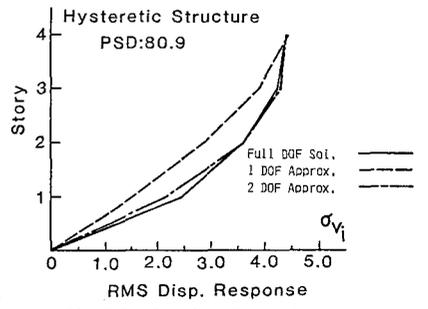


Fig.7 Hysteretic Response with 2 DOF Approx.