

清水建設 正会員 田 蔵 隆

清水建設 正会員 清 水 勝 美

1. 概説 本報は、土の履歴型応力ひずみ関係を表わす動力学関数モデルの定常強制振動を振幅位相徐変化法により定式化し、各モデルの振動特性について比較検討したものである。

2. 共振曲線および位相曲線 振幅位相徐変化法を用いると系の共振曲線および位相曲線は、外力 $Q \sin p_0 t$ (Q は単位面積あたりに作用する力) に対して、ひずみ r を $r = r_a(t) \sin(p_0 t + \varphi(t)) \equiv r_a(t) \sin \theta(t)$ と仮定することにより、次式のように与えられる。

共振曲線; $C^2(r_a) + \{S(r_a) - r_a p_0^2\}^2 = Q^2$, 位相曲線; $\tan \varphi = -C(r_a) / \{S(r_a) - r_a p_0^2\}$ (1)

ここに、 $C(r_a) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} R(r_a \sin \theta) \cos \theta d\theta$, $S(r_a) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} R(r_a \sin \theta) \sin \theta d\theta$ (2) で、 $R(r)$ は動力学モデルの履歴曲線である。

3. 修正 Ramberg-Osgood モデルの定常強制振動特性 土の問題に適用するために、龍岡ら⁽¹⁾によって次式で示すような修正 R-O モデルが提案されている。

スケルトン曲線; $r = \frac{\tau}{G_0} (1 + \alpha |\tau|^\beta)$, 履歴曲線; $\frac{r \pm r_a}{2} = \frac{\tau \pm \tau_a}{2 G_0} (1 + \alpha |\frac{\tau \pm \tau_a}{2}|^\beta)$ (3)

ここに、 $\beta = \frac{2\pi h_{\max}}{2 - \pi h_{\max}}$, $\alpha = (\frac{2}{G_0 \tau_r})^\beta$, τ および r は応力およびひずみ、 G_0 は初期弾性係数、 τ_r は規準ひずみである。いま、 $\xi = r/r_r$, $\xi_a = r_a/r_r$ として、(2) 式を $C(\xi_a)$, $S(\xi_a)$ の形で示すと、

$C(\xi_a) = \frac{1}{2} h_{\max} (\frac{2\tau_a}{G_0 \tau_r})^{\beta+2} / \xi_a$, $S(\xi_a) = \frac{2}{\pi \xi_a} \int_{-\xi_a}^{\xi_a} \frac{\tau}{G_0 \tau_r} g(\xi) d\xi$ (4)

ただし、 $g(\xi) = \xi / \sqrt{\xi_a^2 - \xi^2}$, となり、このモデルの共振曲線および位相曲線は図 1 のようになる。

4. Hardin-Drnevich モデルの定常強制振動特性⁽²⁾ (1) 式で示した共振曲線および位相曲線の式を、履歴曲線 $R(r)$ を展開次数 $n=1$ としてフーリエ展開することによっても導くことができる。この事は、履歴曲線に関する明確な表示のない H-D モデルの定常強制振動を考える上で極めて重要な意義を与えるもので、履歴曲線 $R(r)$ をスケルトン曲線 $\tau_s(r)$ と減衰曲線 $\tau_d(r)$ によって、 $R(r) = \tau_s(r) \pm \tau_d(r)$, $d\tau/dt \geq 0$ と表わした場合、フーリエ展開した $\sin$ 項がスケルトン曲線に、 $\cos$ 項が減衰曲線に対応していることになる。これにより (2) 式は、

$C(r_a) = \frac{1}{\pi \tau_a} \oint \tau_d(r) dr = \Delta W(r_a) / (\pi \tau_a)$, $S(r_a) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \tau_s(r_a \sin \theta) \sin \theta d\theta$ (5)

と書ける。ここに、 $\Delta W(r_a)$ は、振幅 r_a を与える減衰曲線によって囲まれる面積であって、1 サイクルの振動によって消費されるエネルギーに相当する。修正 R-O モデルの場合と同様 r_r で規準化した形で示すと、 $C(\xi_a)$, $S(\xi_a)$ は次のようになる。

$C(\xi_a) = 2 h_{\max} \xi_a^2 / (1 + \xi_a^2)$, $S(\xi_a) = 4 (\xi_a - \pi/2 + I) / (\pi \xi_a)$ (6)

ただし、 I は $\begin{cases} I = 2 \{ \tan^{-1} \sqrt{(1 + \xi_a)/(1 - \xi_a)} - \tan^{-1} (\xi_a / \sqrt{1 - \xi_a^2}) \} / \sqrt{1 - \xi_a^2}, & 1 > \xi_a^2 \\ I = \int_1^{\xi_a} \{ (1 + \xi_a + \sqrt{\xi_a^2 - 1}) / (1 + \xi_a - \sqrt{\xi_a^2 - 1}) \} / \sqrt{\xi_a^2 - 1} & , 1 < \xi_a^2 \\ I = 1 & , 1 = \xi_a^2 \end{cases}$

である。(1) 式に従ってこのモデルの共振曲線および位相曲線を描くと図 2 のようになる。

5. 修正 Hardin-Drnevich モデルの定常強制振動特性 逐次積分法により地盤の非線形地震応答解析を行う場合⁽³⁾、上記の H-D モデルは適用できない。そのため Masing 規則によって履歴曲線を定めた H-D モデルが考えられている⁽⁴⁾。修正 H-D モデルのスケルトン曲線および減衰曲線は次式で与えられ、

スケルトン曲線; $\tau = G_0 r / (1 + |r/r_r|)$, 履歴曲線; $\frac{\tau \pm \tau_a}{2} = \frac{G_0 (r \pm \tau_a) / 2}{1 + |(r \pm \tau_a) / 2 r_r|}$ (7)

この場合の $C(\xi_a)$, $S(\xi_a)$ は次のようになる。

$C(\xi_a) = \frac{4}{\pi} \xi_a \{ 2/\xi_a - 1/(1 + \xi_a) - 2/\xi_a^2 \cdot \log(1 + \xi_a) \}$, $S(\xi_a) = 8/\xi_a \{ (1 + \xi_a/2) / \sqrt{1 + \xi_a} - 1 \}$ (8)

図 3 にこのモデルの共振曲線および位相曲線を示す。

6. 考察 共振曲線の各図は、全て横軸を振動数比 $\lambda = p_0 / \omega_n$ (ω_n は G_0 によって定まる系の固有円振動数)、縦軸を静的最大ひずみに対する動的最大ひずみ、すなわち $r_a / Q / G_0$ にとり、 $r_r / Q / G_0$ をパラメータにして示したものである。共振曲線の図から、パラメータ $r_r / Q / G_0$ の値を変えることによって、共振曲線のピーク値およびその形状が変化することがわかり、また、共振状態の $r_a / Q / G_0$ には最小値が存在し、それ以下にはならないことが理解できる。さらに、位相曲線の図から、位相角が $\pi/2$ のところで共振曲線がピークになっていることがわかる。また、モデルの違いによって共振曲線の形状が大きく変化することから、地盤の震動解析におけるモデルの選択には十分な配慮が必要であると言える。

7. 参考文献 (1) 龍岡, 福島; 砂のランダム繰返し入力に対する応力歪関係のモデル化について(I), (II), 生産研究, 第30巻9, 10号, 昭53.
 (2) 大平他4名; Hardin-Drnevlchモデルの定常強制振動特性, 第16回土質工学研究発表会, 昭56.
 (3) 田蔵他4名; 観測記録に基づく地盤の非線形地震応答解析結果からの2,3の考察, 第17回土質工学研究発表会, 昭57.
 (4) 国生, 桜井; Modified Hardin Drnevlch モデルについて, 第33回土木学会年次学術講演会第III部門, 昭53.

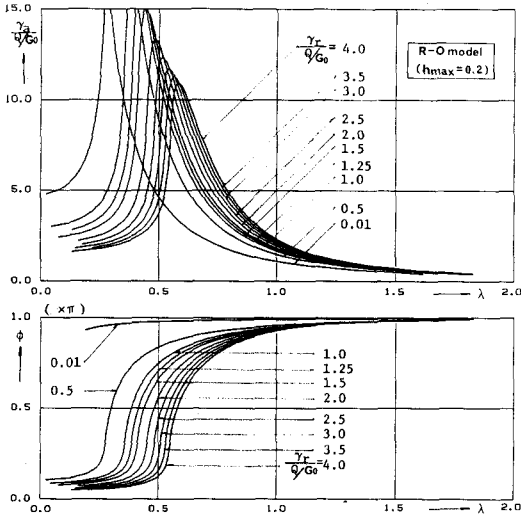


図1 Ramberg-Osgoodモデルの共振曲線および位相曲線 ($h_{max} = 0.2$)

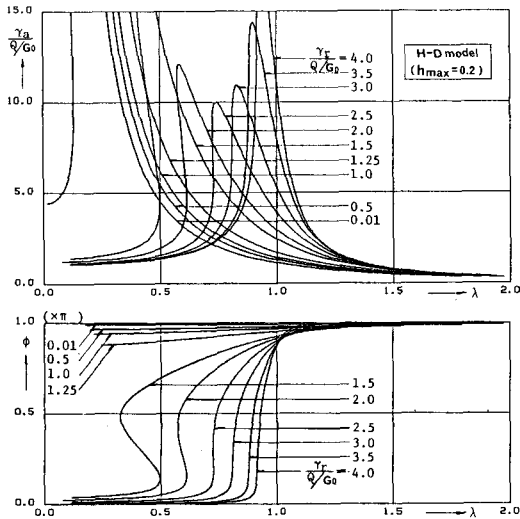


図2 Hardin-Drnevlchモデルの共振曲線および位相曲線 ($h_{max} = 0.2$)

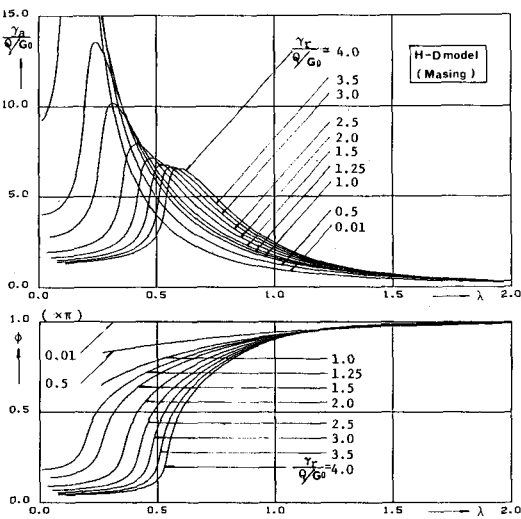


図3 Hardin-Drnevlchモデル (Masingタイプ) の共振曲線および位相曲線