

1. まえがき

ARモデルによる多次元非定常確率過程のシミュレーション法については、先に論文報告集等で報告した。しかし、模擬地震波の作成にARモデルを使用する場合には、AR係数のモデル化が必要となる。今回はAR係数のモデル化の一方法として、非定常スペクトルを利用した係数の推定法について報告する。ARモデルは1次元非定常で2次のARモデル、AR(2)、を用いて解析を行った。

2. 自己回帰(AR)モデル

平均値0、1次元非定常確率過程に対する2次のARモデルは次式で与えられる。¹⁾

$$\tilde{x}(j) = \phi(1, j)\tilde{x}(j-1) + \phi(2, j)\tilde{x}(j-2) + \varepsilon(j) \quad (1)$$

$$\tilde{x}(j) = x(j) - \mu_x(j), \quad j = 1, 2, \dots, N$$

ここで、 $\varepsilon(j)$ は誤差関数、 $\mu_x(j)$ は時刻 $j\Delta t$ の近傍 $(j-N')\Delta t \sim (j+N')\Delta t$ での平均値である。なお、非定常スペクトル $S(f, j)$ は次式で与えられる。

$$S(f, j) = 2\sigma_\varepsilon^2 / [1 + \phi^2(1, j) + \phi^2(2, j) - 2\phi(1, j)\{1 - \phi(2, j)\}\cos 2\pi f - 2\phi(2, j)\cos 4\pi f] \quad (2)$$

式(1)の特性方程式は、 B を後退作用素： $Bx(j) = x(j-1)$ とすると

$$\overline{x}(B) = 1 - \phi(1, j)B - \phi(2, j)B^2 = 0 \quad (3)$$

式(3)の根は共役な複素数となり、単位円の外側に存在する。したがって、式(3)の根を複素座標で示し、 $\theta(j)$ を偏角、 $r(j)$ を絶対値とすれば、 $\theta(j)$ および $r(j)$ はAR係数 $\phi(1, j)$ 、 $\phi(2, j)$ を用いて次のように表わすことができる。

$$\theta(j) = \cos^{-1} \left\{ \frac{\phi(1, j)}{2\sqrt{-\phi(2, j)}} \right\}, \quad r(j) = \frac{1}{\sqrt{-\phi(2, j)}} \quad (4)$$

逆に、係数 $\phi(1, j)$ および $\phi(2, j)$ を、 $\theta(j)$ 、 $r(j)$ を用いて表わすと次式のようになる。

$$\phi(1, j) = \frac{2\cos \theta(j)}{r(j)}, \quad \phi(2, j) = \frac{1}{r^2(j)} \quad (5)$$

以上より、式(4)の $\theta(j)$ 、 $r(j)$ を直接モデル化することにより、AR係数 $\phi(1, j)$ 、 $\phi(2, j)$ を推定することができる。²⁾ また、 $\theta(j)$ はスペクトルのピークの位置を与え、 $r(j)$ はスペクトルのひろがりを与えるので、非定常スペクトルをモデル化し、このモデル化したスペクトルより $\theta(j)$ 、 $r(j)$ を求めた後、式(5)より係数を推定することも可能である。本報告は、後者の立場より係数 $\phi(1, j)$ 、 $\phi(2, j)$ を推定した。なお、非定常スペクトルの高さは、式(2)より明らかなように、誤差 ε の分散 $\sigma_\varepsilon^2(j)$ に比例する。

3. 数値計算例

式(2)より非定常スペクトルを計算し、スペクトルのピークおよびひろがり求めて非定常スペクトルのモデル化を行なうこともできるが、今回はフィジカル・スペクトルによる非定常スペクトルのモデル化が、非定常パラメータ〔変心 $\omega_1(j)$ 、標準偏差 $\omega_2(j)$ 等〕を用いて行なわれている³⁾ので、その成果を使用することとした。すなわち、 $\theta(j)$ および $r(j)$ をフィジカル・スペクトルの重心 $\omega_1(j)$ および標準偏差 $\omega_2(j)$ で表わすこととした。 $\theta(j)$ 、 $r(j)$ と $\omega_1(j)$ 、 $\omega_2(j)$ との関係は次式で表わせる。

$$\theta(j) = \omega_1(j) \cdot \Delta t, \quad r(j) = \{0.41\omega_2(j)\}^2 + 1 \quad (6)$$

なお、式(6)の $r(j)$ と $\omega_2(j)$ の関係は、4種類の実地震波を用いて推定したものである(図-1)。

模擬地震波の作成に使用した地震加速度波形を図-2に、そのAR係数およびフィジカル・スペクトルを図-3および図-4に示す。図-4に示されている $\omega_1(j)$ および $\omega_2(j)$ と式(6)より $r(j)$ 、 $\theta(j)$ を求めた後、式(5)

より係数 $\phi(1,j)$, $\phi(2,j)$ を推定した(図-6)。この係数を用いて作成した模擬地震波が図-5であり、そのフィジカル・スペクトルが図-7である。なお、誤差関数 $\varepsilon(j)$ は元の波形(図-2)に式(1)を適用して求めたものをそのまま使用している。以上、図-2~7より、本報告で示した方法で模擬地震波の作成が可能であると思える。ところで、式(2)で表わされるスペクトルは、単一のピークを持つスペクトルである。したがって、複数のピークを持つスペクトルを有する波は、まずスペクトルを単一のピークを持つスペクトルの和と考え、各単一ピークを持つスペクトルに対して本手法を適用して各波形を求めて合成すれば、複数のピークを持つ波形も作成し得る。 $\theta(j)$, $\Gamma(j)$ とフィジカル・スペクトルの関係、および $\varepsilon(j)$ のモデル化に若干の問題は残るが、これらに関しては、今後検討を加えるつもりである。

- 参考文献 1), 星谷, 千乗, 土木論文報告集, No.296, 1980.4
 2), Jurkevics & Ulrich, Bull. of Seism. Soc. of America, Vol.68, No.3, 1978-6
 3), 星谷, 磯山, 土木論文報告集, No.269, 1978.1

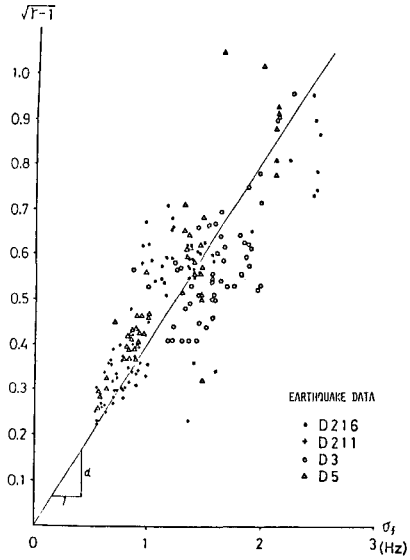


図-1

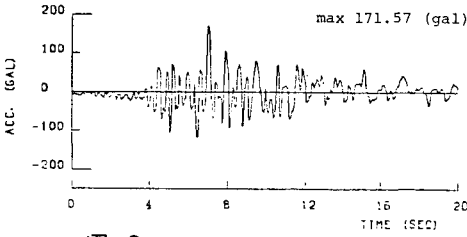


図-2

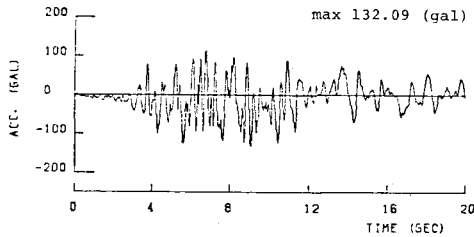


図-5

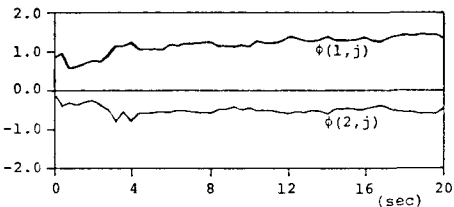


図-3

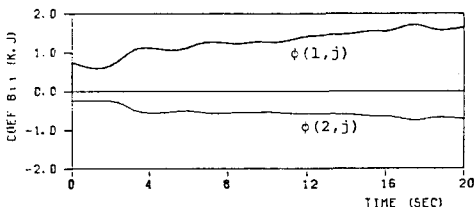


図-6

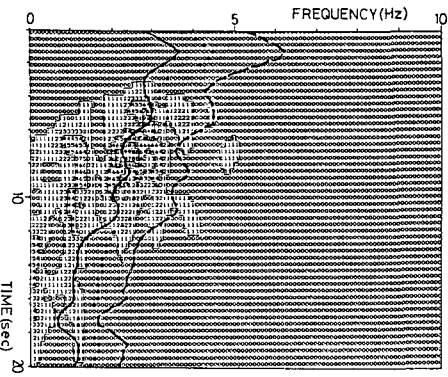


図-4

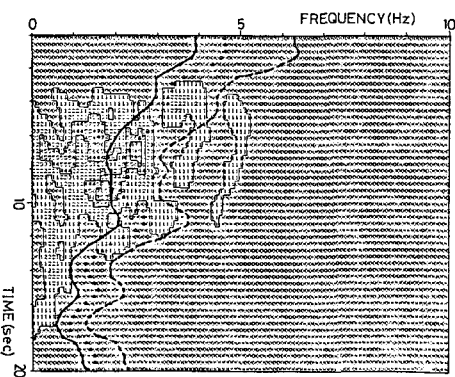


図-7