

(株) 神戸製鋼所 正 頭井 洋
 “ “ 西村 春久
 “ “ 新冢 徹

1. まえがき

平底円筒タンクの側板とアニユラプレートとの接合部(以下隅角部と称する)には静液圧や地震時動液圧により局部的に大きな応力が生じ、過去の円筒タンクの被害例でも隅角部近傍の事故例が数多く報告されている。したがって円筒タンクの構造設計では隅角部に生じる局部的な応力を正確に算定する事が大切となり、これまでにいくつかの解析法が提案されている。著者らも静液圧および周方向に $\cos \theta$ 分布する地震時動液圧の両方に適用できる解析法を報告している。著者らの報告も含めこれまで提案されている解析法のほとんどは微小変位を仮定した線形解析である。低温用タンクのように剛なスラブにアンカーされ下部完全固定とみなせる円筒タンクでは線形解析で充分妥当な応力解析が行えると考えられる。一方石油タンクに多くみられるようにアンカー無しに直接地盤上に設置された円筒タンクでは、地震時の転倒モーメントによりアニユラプレートの一部が浮き上り地盤の支持力を失う。また浮き上りや地盤へのめり込みによる鉛直変形も板厚の数倍となる場合があり大撓みによる非線形挙動の影響も無視できなくなると考えられる。本文ではこのようなアニユラプレートの部分的な浮き上りや大撓みによる非線形挙動を解明する事を目的として開発中の一数值計算法と結果の一部を報告する。

2. 数值計算法

2.1 概要

円筒タンクは軸対称構造であり作用する荷重も軸対称荷重あるいは周方向に $\cos \theta$ 分布する荷重が主体なので、変位および荷重を周方向に級数展開する解析手法が計算効率の上からは適している。しかしアニユラプレートの部分的な浮き上り挙動を解析する場合級数展開法は取扱いが複雑になる。そこで本計算法では円筒シェル部についてのみ文献¹⁾と同じ級数展開法による定式化を行い、アニユラプレートおよび底板については離散化した計算法を用いる。そして接合部における変形の適合条件と力の釣合い条件より両者を結合させて全体の解析を行う。円筒シェル部は微小変位を仮定して文献¹⁾と同じく Novozhilov の円筒シェル基礎式を円周方向に Fourier 級数展開し各次数ごとに軸方向座標に関する正規形常微分方程式を誘導し、これを文献²⁾に示されている境界値問題としての数值計算法により解析する。この部分の解析の詳細は文献^{1), 2)}に述べられているのでここでは省略し、以下アニユラプレートおよび底板部分の解析について述べる。

2.2 アニユラプレートおよび底板部の解析

大撓みによる非線形項を含む弾性支承上円板の釣合方程式は面外方向 $M_{,rr} + \frac{1}{r} M_{,r} + \frac{1}{r^2} M_{,\theta\theta} - K_0 w = q(r, \theta) - \{ N_r w_{,rr} + N_\theta (\frac{1}{r} w_{,r} + \frac{1}{r^2} w_{,\theta\theta}) + 2N_{r\theta} (\frac{1}{r} w_{,r\theta} - \frac{1}{r^2} w_{,\theta}) \} \dots (1)$

$$w_{,rr} + \frac{1}{r} w_{,r} + \frac{1}{r^2} w_{,\theta\theta} + \frac{M}{D} = 0 \quad \left[M = (M_r + M_\theta) / (1 + \nu), D = Et^3 / 12(1 - \nu^2) \right] \dots (2)$$

$$\text{面内方向 } U_{,rr} + \frac{1}{r} U_{,r} - \frac{U}{r^2} + \frac{1-\nu}{2r^2} U_{,\theta\theta} + \frac{1+\nu}{2r} U_{,\theta} - \frac{3-\nu}{2r^2} U_{,\theta} = -w_{,r} w_{,rr} - \frac{1+\nu}{2r^2} w_{,r\theta} w_{,\theta} - \frac{1-\nu}{2r^2} w_{,r} w_{,\theta\theta} \dots (3)$$

$$\frac{3-\nu}{2r^2} U_{,\theta} + \frac{1+\nu}{2r} U_{,\theta} - \frac{1-\nu}{2r^2} U + \frac{1-\nu}{2r} U_{,r} + \frac{1-\nu}{2} U_{,r} + \frac{1}{r^2} U_{,\theta\theta} = -\frac{1}{r^3} w_{,\theta} w_{,\theta\theta} - \frac{1+\nu}{2r} w_{,r} w_{,\theta} - \frac{1-2\nu}{2r^2} w_{,r} w_{,\theta} - \frac{1-\nu}{2r} w_{,r} w_{,\theta} \dots (4)$$

のように与えられる。ここに添字 $r, \theta, r\theta, rr, \theta\theta$ は各々 r, θ の 1 回ないし 2 回の偏微分を示している。上記方程式を重み付残差法⁴⁾の一種である Cell Collocation Method により解く。この方法の詳細は文献⁴⁾に示されており支配方程式が成立する全領域を小領域(Cell)に分割し各Cell毎に選点法(Collocation Method)を適用して最終的に各選点における未知数に関する連立一次方程式を導びき、これを解いて全節点における解が得られ

る。特別な場合は差分法と等価になるが、各Cell毎に任意の直交曲線座標を適用できる事、分割幅を任意に変化させる事の二点でより汎用性のある計算手法である。底板の半円部分を図1(a)のように分割し一つのCellとして図1(b)のように9個の節点から構成される小領域をとる。このCell内に局所座標系 $\xi-\eta$ を規定し、未知変位 $\tilde{u}$ をLagrangeの補間関数 ϕ を用いて9個の節点変位 $\tilde{u}_i$ の関数で近似する。

$$\tilde{u} = \{\phi\} \cdot \tilde{u}_i \quad \text{-----} \quad (5)$$

局所座標系 $\xi-\eta$ と全体座標系 $r-\theta$ の関係を同様の補間関数 ϕ を用いて表示し式(1)~(4)の各偏微分項を局所座標系に変換すると次式が得られる。

$$K_{11}W + K_{12}M_\xi + K_{13}M_\eta + K_{14}M_{\xi\xi} + K_{15}M_{\xi\eta} + K_{16}M_{\eta\eta} = F_1 \quad \text{---} (6)$$

$$K_{21}W_\xi + K_{22}W_\eta + K_{23}W_{\xi\xi} + K_{24}W_{\xi\eta} + K_{25}W_{\eta\xi} + K_{26}M = 0 \quad \text{---} (7)$$

$$K_{31}U + K_{32}U_\xi + K_{33}U_\eta + K_{34}U_{\xi\xi} + K_{35}U_{\xi\eta} + K_{36}U_{\eta\xi} + K_{37}U_\xi + K_{38}U_\eta + K_{39}U_{\xi\xi} + K_{310}U_{\xi\eta} + K_{311}U_{\eta\xi} = F_3 \quad \text{---} (8)$$

$$K_{41}U_\xi + K_{42}U_\eta + K_{43}U_{\xi\xi} + K_{44}U_{\xi\eta} + K_{45}U_{\eta\xi} + K_{46}V + K_{47}U_\xi + K_{48}U_\eta + K_{49}U_{\xi\xi} + K_{410}U_{\xi\eta} + K_{411}U_{\eta\xi} = F_4 \quad \text{---} (9)$$

ここで $K_{11} \sim K_{411}$ はCell位置 ξ, η に関する関数であり、 F_1, F_3, F_4 は W に関する2次項および軸力成分 $N_r, N_\theta, N_{r\theta}$ を含んだ荷重項である。各Cell毎に中心点($\xi=\eta=0$)を選点にとり残差を0とすれば支配方程式(6)~(9)はCellを構成する9節点の変位、断面力に関する代数式となる。ただし非線形項はすべて荷重項に含める。境界上の節点を除く全節点を選点として式(6)~(9)を適用し、境界上の節点に対しては次の境界条件を用いると全節点の未知数 W, M, U, V に関する連立1次方程式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} (a) \text{ 対称境界 } \frac{\partial W}{\partial \theta} = \frac{\partial M}{\partial \theta} = V = 0 \quad (b) \text{ 内側境界 } U = V = M = 0, \quad W = u_b \\ (c) \text{ 円筒シェルとの結合境界 } 2W/r = S_z \quad Q_r = N_x + \Delta Q_r, \quad N_r = Q_z, \quad N_{r\theta} = Q_\theta \end{aligned} \right\} \quad \text{---} (10)$$

ここで、 S_z, N_x, Q_z, Q_θ は円筒シェル下端の断面力であり、 ΔQ_r は張出し部が分担するせん断力である。浮き上りの判定は、 W の符号で行い、浮き上り部分については式(1)の右辺荷重項に $-K_0 W$ を付加する事により考慮する。計算の手順として、最初に静液圧に対する釣合い状態を求めこれを初期状態として以下荷重漸増法により地震時動液圧に対する計算を行う。その際各荷重ステップで非線形項、接合部連続条件の収束計算を行う。

2.3 計算例 直径29m、液深21mのタンクの計算結果の一例を図2、図3に示す。図2、図3でL.F.は荷重係数の事でL.F.=0.0が静液圧状態、L.F.=1.0が水平震度で0.14に相当する地震時動液圧を作用させた状態を表している。図2は、動液圧の増加にともない隅角部のアニエーションプレートが部分的に浮き上り、いく様子を示している。図3より浮き上りにともない隅角部の曲げモーメントがかなり大きくなる事がわかる。

3. あとがき 本天では円筒シェル部の非線形項や地盤反力の水平成分を無視しているが、今後これらを考慮できるよう発展させていく予定である。その他の計算例は講演会当日に報告させていただく。

参考文献 1) 西村、頭井、新谷、"円筒形構の隅角部応力解析"、本講演概要集、2) 中村、"円筒、円錐形状を有するシールとL2の一般値解析法"、土木論文集、No.285 3) Timoshenko, "Theory of Plates and Shells", 4) P.C.H. Lau, "The Cell Collocation Method in Con. Mech." Int. J. Mech. Sci. Vol.20

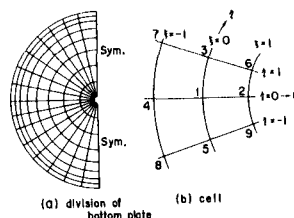


図1 Cell 分割

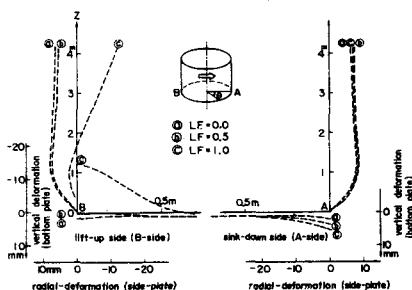


図2 地震時の変形図

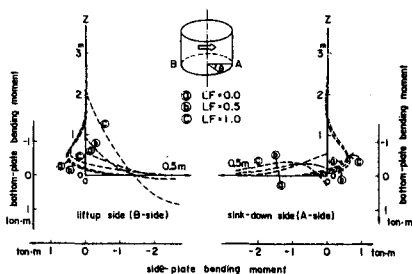


図3 地震時の曲げモーメント図