I-273　フレキシブルタンクの振動性状に関する研究

埼玉大学　正会員　東原 紘道
○日建設計　正会員　石井 武司

1. はじめに　地上式円筒形タンクの耐震問題に関する研究[1][2]は，これまでに，数多く行なわれており，設計にも生かされるようになってきた。これらの研究の大部分において，基礎の可とう性は考察の対象外とされている。現実には，石油タンク，特に大型タンクの基礎は，非常に可とう性に富んだ盛り土基礎であることを考えれば，その相互作用の程度と様態の把握への要求[3][4]は，きわめて自然のものといえよう。本報告は，本来の姿である地盤を含めた系を対象とした，全体系の解析を行ない，特に，従来不明確であった底板の振動性状を明らかにするものである。

地盤を含めた問題は，その評価において未確定な要素が多く，エネルギーの地下逸散の問題やタンク本体の浮き上がり振動の問題（弾性接触問題）などがあり，厳密に扱うときわめて複雑なものになる。今回は，研究の第一段階として，基礎を線形分布バネでおきかえたWinkler基礎として解析を行なう。

2. モデル　解析のモデルをFig.1に示す。解析を容易にするために，次の仮定を設ける。(1)タンク本体と基礎の間の剥離や摺動は考えない。(2)座屈などの不安定問題は扱わない。(3)変位はすべて微小とする。(4)液体は非粘性，非圧縮性，非回転とする。(5)底板の面内変形は無視する。以上の仮定によって問題を線形化し，側壁，底板および液体に対して，それぞれ，シェル理論，薄板理論およびポテンシャル理論を適用する。座標系として，底板の中心に原点をとり，円柱座標系を設定する。側壁と底板の面外変位を w_s, w_b とし，側壁の z 方向と θ 方向の面内変位を u，v とする。さらに，自由表面の波高を w_f とする。なお，添字 b, s, f, ℓ, g は，それぞれ，底板，側壁，自由表面，および，液体内部そして地盤を表わす。

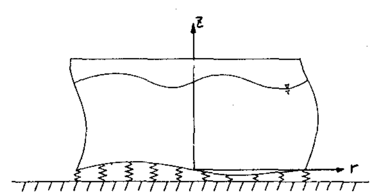

Fig. 1

3. 解析方法　解析手法としては，個々の部分に対する支配方程式と境界条件を導いて解く方法と，エネルギー原理を用いて，前者と等価な汎関数を定義して，停留値問題として扱う方法がある。ここで扱う問題は解析的に解くことができず，数値解に頼らざるを得ない。したがって，数値解法における利点から判断してここでは，後者の方法に従って解析を行なう。

汎関数 I は Lagrangian $\mathcal{L}$ を用いて次のように定義される。

$$I = \int_{t_1}^{t_2} \mathcal{L}(t)\,dt \quad \text{---}(1) \qquad \text{ただし}\quad \mathcal{L} = (T_S + T_b + T_\ell) - (U_S + U_b + U_\ell + U_g) \quad \text{---}(2)$$

ここで，T と U は運動エネルギーとポテンシャルエネルギーを表わす。T_S，T_b，U_S，U_b は，シェル理論および薄板理論によって容易に求められる。

液体の運動エネルギーは，一般に，体積分で表示され，自由度は液体表面と内部に配される。本報告では，Green 公式を用いて表面積分で表示し，自由度を液体表面のみに配している。この方法は，楕円型の Laplace 方程式の性質にふさわしいものといえよう。これに応じて，重力に対する仕事を液体のポテンシャルエネルギーとしている。速度ポテンシャルを ϕ，重力加速度を g とすれば，これらは次のように定式化される。

$$T_\ell = \frac{1}{2}\iiint_{V_\ell} \rho_\ell \cdot \nabla\phi \cdot \nabla\phi \, dV = \frac{1}{2}\iint_{S_\ell} \rho_\ell \cdot \phi \cdot \nabla\phi \, ds \quad \text{---}(3) \qquad U_\ell = \frac{1}{2}\iint_{S_f} \rho_\ell \cdot g \cdot w_f^2 \, ds + \frac{1}{2}\iint_{S_b} \rho_\ell \cdot g \cdot w_b \, ds \quad \text{---}(4)$$

ここで，V，S は内部領域と表面領域を表わし，ρ_ℓ は液体の密度，g は重力加速度を表わす。

地盤に貯えられるポテンシャルエネルギーU_gは，地盤反力係数をk_gとすれば，次のようになる。

$$U_g=\int_{S_b}\frac{1}{2}k_g\cdot w_b^2\,ds \quad \cdots \quad (5)$$

4. 離散化

モデルは軸対称であるから，自由度をFourier展開する。級数は直交性を有するので，各展開次数ごとに独立に計算することができる。この結果，底板，側壁，自由表面の領域を，Fig-2，Fig-3のようにリング要素で分割し，各要素の境界上に自由度を配する。試行関数である変位関数には，区分的なHermite関数を用いている。ただし，底板において，中心を含む要素に対して形式的に適用すると，中心におけるひずみや応力の物理量が発散し，エネルギーが有界にならない。このため，許容される試行関数として，円板の基礎式の同次解を利用した，高次の円板要素を新たに開発した。液体については，表面にSourceを設けることによってϕを離散化する[5]。点qでのSourceの強さをσ_qとし，任意の点Pとの距離を$\rho(P,q)$とすれば，この点Pでの速度ポテンシャルϕ_Pは，次の(6)式のように表わされる。さらに(6)式を法線方向νについて微分すれば，(7)式が得られる。

$$\phi_P=\int_{S_q}\frac{\sigma_q}{\rho(P,q)}dS_q \cdots (6) \qquad \frac{\partial\phi_P}{\partial\nu}=\int_{S_q}\frac{\partial}{\partial\nu}\left(\frac{\sigma_q}{\rho(P,q)}\right)dS \cdots (7)$$

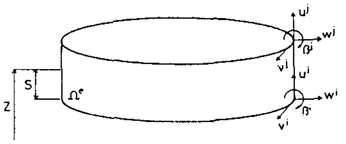

Fig. 2　Finite Elements of Shell

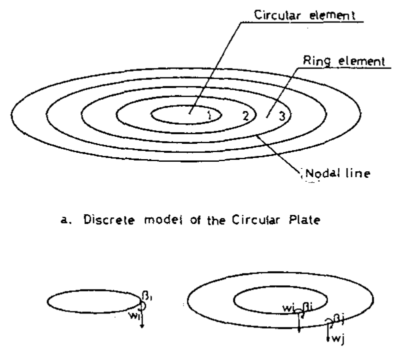

Fig. 3

自由度をσとして，(6)式と(7)式を直接離散化し，すべての要素について行なえば，次のようなマトリックス表示式が得られる。

$$\{\phi\}=[B]\{\sigma\}\cdots(8) \qquad \{\partial\phi/\partial\nu\}=[C]\{\sigma\}\cdots(9)$$

(8)，(9)式より$\{\sigma\}$を消去し，$\{\partial\phi/\partial\nu\}$が液体表面の法線方向の速度$\dot{w}$に等しいことに注意すれば，式を得る。

$$\{\phi\}=[B][C]^{-1}\left\{\frac{\partial\phi}{\partial\nu}\right\}=[B][C]^{-1}\{\dot{w}\} \quad \cdots \quad (10)$$

以上の式を利用して，(1)式を離散化し，変分を行なえば，全体系の運動方程式が得られる。

$$\begin{bmatrix} M_{bb}+m_{bb} & M_{bs}+m_{bs} & m_{bf} \\ & M_{ss}+m_{ss} & m_{sf} \\ \text{Sym.} & & m_{ff}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\ddot{u}_b\\ \ddot{u}_s\\ \ddot{u}_f\end{Bmatrix}+\begin{bmatrix} K_{bb}+k^{l}_{bb}+k^{g}_{bb} & K_{bs} & 0 \\ & K_{ss} & 0 \\ \text{Sym.} & & K_{ff}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}u_b\\ u_s\\ u_f\end{Bmatrix}=\{0\} \quad \cdots \quad (11)$$

ここで，MとKはタンク本体に関する質量と剛性を表わし，mとk^lは液体に関する質量と剛性を，k^gは地盤の剛性を表わす。

5. まとめ

今回新たに開発した高次の円板要素は，リング要素のみの場合に比べて収束性の良さが確認された。特に，展開次数が高くなっても解の乱れはかなり押えられた。全体系の解析において，底板の振動およびロッキング振動が確認された。詳しい数値計算結果および考察については当日発表する。なお，本研究は文部省の科学研究によってなされたものである。

〈参考文献〉 (1). 岡田・坂井・迫田：有限要素法による大型液体タンクの地震応答解析，川崎技報 Vol.59 1975、12
(2) 近藤尚夫：円筒タンクの軸対称振動解析，第31回応力連合講演論文集 1981、10．(3) 石田・横山，小輕米：円筒形貯水タンクの地震時挙動（その1）第35回土木学会年次講演概要集 1981、10 (4) 河野和間：プラント構造物の崩壊と不安定の実際，第31回応力連合講演論文集 1981．10 (5) 小松敬治：流体を満たす軸対称容器の振動解析，航空宇宙技術研究所報告478号 1976、11
(6) 小川・坂井・磯江：ロッキングを考慮した円筒形液体タンクのバルジング振動の振動解析，第36回土木学会年次講演概要集 1981，10