

京都大学 学生員 ○木下 雅敬 京都大学 正員 小林 昭一
京都大学 学生員 白木 達成

1. はじめに

積分方程式法を用いた数値解析例は今日まで数多く報告されているが、本研究においてはこの積分方程式法を用い、半無限地盤下の円筒形トンネル構造物に SH 波が入射した場合及び半無限地盤に構造物が載ったようなモデルに SV 波が入射した場合の定常状態の応答解析例、また高速 Fourier 変換 (FFT) を用いた半無限非定常動弾性解析の数値計算例を報告する。

2. 定常応答解析

SH 波および SV 波に対する定常状態の場の方程式はそれぞれ Helmholtz 型方程式および Navier-Cauchy の方程式となる。そこで Green 公式および相反作用の定理を用い、それぞれの基本解を導入してやると次に示すような積分方程式を導くことができる。

$$(i) \text{ SH 波 } \quad F(x)u(x) = - \int_S \left(u \frac{\partial G}{\partial n} - G \frac{\partial u}{\partial n} \right) dS, \quad F(x) = \begin{cases} 1 & x \in D \\ \frac{1}{2} & x \in S \\ 0 & x \in R \setminus S \end{cases} \quad \begin{matrix} G; \text{ Helmholtz 方程式に対する基本解} \\ u; \text{ 変位} \end{matrix} \quad (1)$$

$$(ii) \text{ SV 波 } \quad F(x)u(x) = - \int_S \left\{ T_{ij}^{(1)}(x, y) t_j(y) - u_j(y) T_{ij}^{(2)}(x, y) \right\} dS_j \quad \begin{matrix} u(x); \text{ 変位ベクトル, } t_j(x); \text{ 表面カベクトル} \\ T_{ij}^{(1)}; \text{ Navier-Cauchy 方程式に対する基本解} \end{matrix} \quad (2)$$

この積分方程式を離散化することにより数値解析を行うことができる。

Fig 1 は、半無限地盤下にライニングを施した円筒形のトンネルが存するモデルに、SH 波が入射した場合、その時のライニングの外側表面の変位応答倍率を示したものである。(このとき鏡像法を用いることにより、半無限地盤表面を考慮する必要がなくなる。) 解析解との比較を行っているが、よく一致していることが分る。

Fig 2 は、半無限地盤に構造物が載ったモデルに SV 波が入射した際の構造物頂上の水平方向の応答を、入射波の波数に対してプロットしたものである。

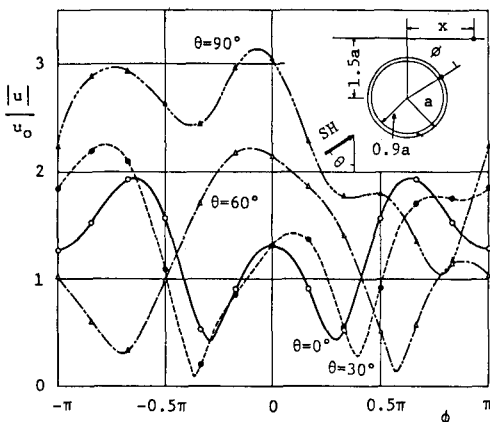


Fig. 1 入射 SH 波に対するライニング外側表面の変位応答倍率, $\frac{\partial u}{\partial \mu} = 3.0$ (μ はライニング部の波数) 波長 $= 4a$, 曲線—解析解 記号—積分方程式法

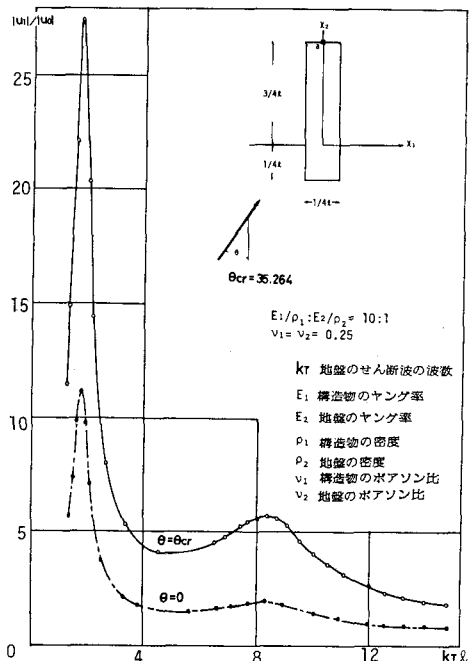


Fig. 2 入射 SV 波に対する構造物頂上の周波数応答

3. 非定常解析

一般に動弾性初期値・境界値問題はFourier変換により次の定常問題に帰着する。

$$\begin{cases} \Delta^* \hat{u} = -\rho \omega^2 \hat{u} \\ \hat{u}(x, \omega) = \bar{u}(x, \omega) \quad (x \in S_1) \\ \hat{t}(x, \omega) = \bar{t}(x, \omega) \quad (x \in S_2) \end{cases} \quad \left(\begin{array}{l} \text{ただし } u: \text{変位ベクトル} \\ t: \text{応力ベクトル} \\ (\hat{\cdot}) \text{は } \hat{f} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f e^{i\omega t} dt \text{ で定義されるFourier変換} \end{array} \right) \quad (3)$$

また、ここで「静止した過去」を仮定した。次に、特に入射波の変位 u_i を次の様に平面S波と仮定してFourier変換すると式(4)の如くなる。

$$u_i(x, t) \equiv u_i(t - \frac{n \cdot x}{c_T}) = e^{i\omega(t - \frac{n \cdot x}{c_T})}$$

$$\hat{u}_i(x, \omega) = e^{i\omega \frac{n \cdot x}{c_T}} \hat{u}_i(\omega) \quad (\text{ただし } e \cdot n = 0) \quad (4)$$

従って、非定常問題(3)の解は $\hat{t} = 0$ の条件が与えられた場合には、次に示す様な問題(5)の解に $\hat{u}_i(\omega)$ を掛けたもので与えられることになる。

$$\begin{cases} \Delta^* \hat{u} = -\rho \omega^2 \hat{u} \\ \hat{t} = 0 \\ \hat{u}_i = e^{i\omega \frac{n \cdot x}{c_T}} \hat{u}_i(\omega) = e^{i k_T n \cdot x} \end{cases} \quad (5)$$

また問題(5)の $\hat{u}$ を求めるために、積分方程式を使うが、その解の表現としては次式を用いる。

$$\hat{u} = \hat{u}_h + \int_{\partial D} \hat{u} \hat{t}_R ds - \int_{\partial D} \hat{t} \hat{u}_R ds \quad (6)$$

ここに、 $\hat{u}_h$ は入射波に対する半無限弾性体の定常応答である。

4. 数値解析法及び解析例

数値解析に於いては、Fourier変換にはFFT法を用い、境界要素には二次のアイソパラメトリック要素を適用し、かつ定常解析の回数の減少を図るために補間法を用いた。モデルとしては、FIG.-3の様に設定し、入射波はFIG.-4の様な平面S波が臨界角で入射するものとした。FIG.-5は、各TIME-STEPにおける入射波及び反射波のWAVE-FRONTの位置を示したものであり、それに対応する円弧部分の変位の時間変化を図示したのが、FIG.-6である。

なお、詳細については当日発表する。

FIG.-3

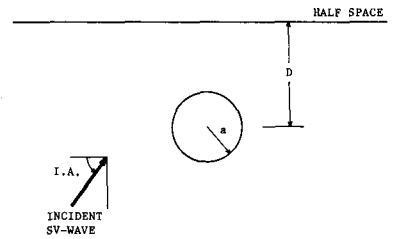


FIG.-4

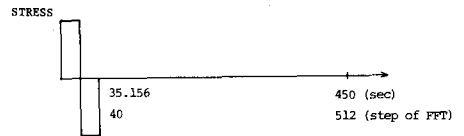


FIG.-6

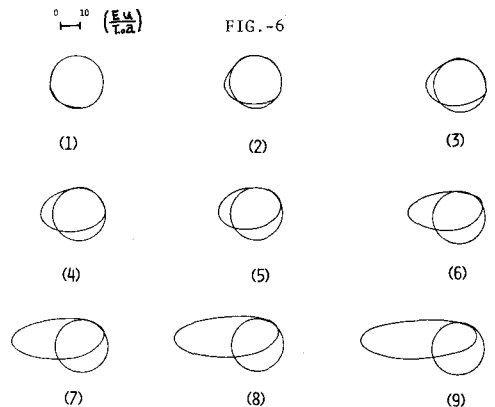


FIG.-5

