

ハ户工業大学 正会員 ○ 龍山 和男
電技パーツ(株) 正会員 石田 孝次
和光建設(株) 正会員 大久保達美

1. はじめに

部材ごとく等断面を複数部材から構成された構造系。正規関数の検討を行った。

2. 直交関係及び正規関数の検討

任意の節点 a に n 個の部材が集まっている場合を考える。(図1)

面内振動にかつ曲げ振動と縦振動とが同時に生じている場合を考える。

i) 節点 a が剛結合の場合

図2に示すように、節点 a における水平変位及び鉛直変位をそれぞれ X_a, Y_a とする。また部材 i の節点 a における縦方向変位及び横方向変位をそれぞれ $(X_i)_0, (Y_i)_0$ とする。ここで軸方向座標 z_i の原点は節点 a にとりカッコの外の下添字 0 は $z_i = 0$ における値を示す。節点 a の適合条件は、

$$(X_i)_0 = Y_a \sin \theta_i + X_a \cos \theta_i \quad (1) \quad (Y_i)_0 = Y_a \cos \theta_i - X_a \sin \theta_i \quad (2)$$

また、節点 a の回転角を θ_a とすれば、 $\theta_a = (Y_i)_0$ (3)

ここで、ダッシュ「 $'$ 」は z_i に関する微分を意味する。 i : 部材番号

次に、節点 a における平衡条件を考える。図3に示すように断面 a の正方向をとれば、

$$\left. \begin{aligned} \sum (-S_i \cos \theta_i + N_i \sin \theta_i)_0 &= 0 \\ \sum (S_i \sin \theta_i + N_i \cos \theta_i)_0 &= 0 \\ \sum (M_i)_0 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

ここで、 S : せん断力、 M : 曲げモーメント、 N : 軸力、カッコの外の下添字 0 は、変位の場合と同様に $z_i = 0$ における値を示す。 $\sum$ は $i = 1$ から n までの和をとることを意味する。

$M_i = EI Y_i''', S_i = EI Y_i'', N_i = EA X_i'$ である。(4)は

$$\left. \begin{aligned} \sum (-EI Y_i''' \cos \theta_i + EA X_i' \sin \theta_i)_0 &= 0 \\ \sum (EI Y_i'' \sin \theta_i + EA X_i' \cos \theta_i)_0 &= 0 \\ \sum (EI Y_i'')_0 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

ここで、 E, A, EI は、それぞれ断面2次モーメント、断面積、ヤング率である。

今、節点 a を原点とした次の積分を考える。ただし r は δ の場合である。

$$b_{rs} = \sum \int_0^{l_i} (\rho A_i Y_{ir} Y_{is} + \rho A_i X_{ir} X_{is}) dz_i, \quad R_{rs} = \sum \int_0^{l_i} (EI_i Y_{ir}'' Y_{is}'' + EA_i X_{ir}' X_{is}') dz_i \quad (6)$$

ここで ρ : 密度、 l_i : 部材 i の部材長、 r, s はモード番号である。

$z_i = 0$ における b_{rs}, R_{rs} の値をそれぞれ $(b_{rs})_a, (R_{rs})_a$ とし、 ρ を角振動数とすれば

$$(\rho r^2 - \rho s^2) (b_{rs})_a = -\sum EI_i (Y_{ir}''' Y_{is}'' - Y_{is}''' Y_{ir}'' + Y_{ir}'' Y_{is}''')_0 - \sum EA_i (X_{ir}' X_{is}' - X_{is}' X_{ir}')_0 \quad (7)$$

$$\therefore (\rho r^2 - \rho s^2) (b_{rs})_a = Y_a \sum (-EI_i Y_{ir}''' \cos \theta_i + EA_i X_{ir}' \sin \theta_i)_0 - X_a \sum (-EI_i Y_{is}''' \cos \theta_i + EA_i X_{is}' \sin \theta_i)_0 + \theta_a \sum (EI_i Y_{ir}'')_0 - \theta_a \sum (EI_i Y_{is}'')_0 + X_a \sum (EI_i Y_{ir}'' \sin \theta_i + EA_i X_{ir}' \cos \theta_i)_0 - X_a \sum (EI_i Y_{is}'' \sin \theta_i + EA_i X_{is}' \cos \theta_i)_0 \quad (\because (1) \sim (3)) \quad (8)$$

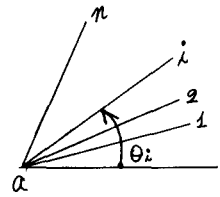


図1 θ (正)

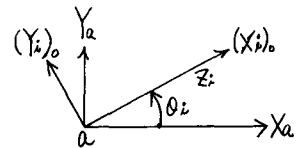


図2 変位 (正)

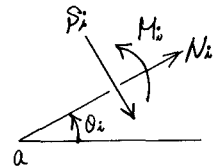


図3 断面力 (正)

$$\therefore (b_{rs})_a = 0 \quad (\because (5)) \quad (9)$$

また、式(9)が成立するとき $(k_{rs})_a$ は

$$(p_r - p_s)(k_{rs})_a = p_s \sum (E I_{i2} Y_{ir} Y_{is}''' - E I_{i2} Y_{ir}' Y_{is}'' - E A_{i2} X_{ir} X_{is}') - p_r \sum (E I_{i2} Y_{is} Y_{ir}''' - E I_{i2} Y_{is}' Y_{ir}'' - E A_{i2} X_{is} X_{ir}'). \quad (10)$$

$(b_{rs})_a$ と同様に、式(10)は、式(11)、(12)、(3)、(5)のもとでゼロとなる。

$$\therefore (k_{rs})_a = 0 \quad (11)$$

b_{rs} , k_{rs} の積分値は、節点ごとにはゼロとなり、構造系全体に渡る積分においては、境界における積分値ビヤがある。しかし、その積分値はゼロであるから、連続体に関して構成したラグランジュの方程式¹⁾において、対角項以外はすべてゼロとする。即ち、直交関係が成立する。 Y_i , X_i は正規関数となる。

ii) 節点 a がヒンジ結合の場合

i) と同様に、横方向変位 Y_i を考慮しない場合、その場合にも直交関係が成立する。

3. 位相速度曲線・正規関数

図4, 5に曲げ波と縦波の位相速度曲線を示す。

曲げ波: $p/c_b = R/\delta$, 縦波: $p/c_0 = 1.0$ (12)

$$\therefore \delta_0 = R/\delta^2 \quad (13)$$

$$\left. \begin{aligned} Y_i &= C_{i1} \sin \delta_i z_i + C_{i2} \cos \delta_i z_i + C_{i3} \sinh \delta_i z_i + C_{i4} \cosh \delta_i z_i \\ X_i &= C_{i5} \sin \delta_{0i} z_i + C_{i6} \cos \delta_{0i} z_i \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

ここで、 δ : 曲げ波の伝播定数, δ_0 : 縦波の伝播定数,

$C_0 = \sqrt{p/E}$, R : 横断面の回半径

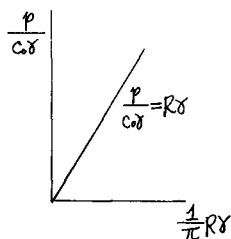


図4 曲げ波の位相速度曲線

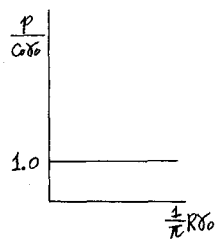


図5 縦波の位相速度曲線

4. 計算モデル及び計算結果

計算モデルを図6~9に示す。部材の諸量はすべて等しい。ただし、スラーの部材長さ b は $\sqrt{2}l$ である。

$H=50$ の場合、計算結果を表1に示す。 $(H=R/\delta, R=\sqrt{2}A)$

剛結合は case 1, ヒンジ結合部材の横方向変位も考慮した場合は case 2, 縦方向変位だけの場合は case 3 とした。

形式	case 1	case 2	case 3
方材	1本 3.1395	π	π
方材	2本 3.4483	3.5720	3.5764
斜張	1本 1.3904	1.3131	1.3527

表1



図6 スラットは剛結合

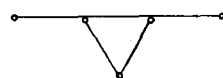


図7 スラットはヒンジ結合



図8 スラーは剛結合



図9 スラーはヒンジ結合

5. おわりに

ヒンジ結合部材を有する構造系において、適合条件式(1)が成立すると思えるよりも式(2)も同時に成立すると思える方が自然である。従って、正規関数として式(14)の X_i を採用するのではなく Y_i も同時に考慮する必要がある。また、動的な場合には、例えばラスにしても、剛結合構造として解析すべきである。その際、正規関数に含まれる伝播定数は、式(13)に示されるように、位相速度曲線により関係づけられる。詳細な計算結果は当日、発表する予定である。最後に、計算を手伝っていただいた、当時学研生であった角久雄氏(日本アプライケーションサービス(株))、境谷勉氏(村本建設(株))、西本義光氏(村田興業(株))、成田徹氏(阿部工業(株))の諸氏に謝意を表す次第です。

参考文献 1) 多谷虎男: 東北大学工学報告, 39巻2号(1974), 229-271

2) 磯山和男: 昭和56年度東北支部技術研究発表会講演概要, 1-2