

北海道開発庁 ○正会員 浦辺 信一
 東京都立大学 正会員 野上 邦康
 東京都立大学 正会員 伊藤 文人

1. はじめに 本報告は、曲げと軸圧縮の作用を受けるはり-柱において、残留応力と初期曲りの影響を考慮し、最近注目と集めている川井氏らの新しい離散化モデル¹⁾と参考にし有限剛体要素モデルを用いての弾塑性有限変形計算による耐力力解析を行ない、この結果より、従来設計に対して広く用いられているはり-柱の相関式に対して検討を試みたものである。

2. はり-柱の相関式 両端モーメント M_1, M_2 ($M_1 > M_2$) と軸圧縮力 P の作用を受けるはり-柱の安定照査は、一般に式で行なわれる。(1)式が、はり-柱の相関式である。(a)

$$\frac{P}{P_r} + \frac{C_x M_1}{M_p(1-P/P_e)} \leq 1 \quad (1), \quad \frac{P}{P_r} + \frac{M_1}{M_p} \leq 1 \quad (2)$$

なおここで、 P_r :限界軸圧縮力、 P_e :オイラー座屈荷重、 P_y :降伏荷重、 M_p :全塑性モーメントであり、 C_x :モーメント換算係数で $C_x = 0.6 + 0.4X \geq 0.4$ (3) ($X = M_2/M_1$) で与えられる。(1)式は、本来 Fig. 1の(a)に示す単純支持されたはり-柱に対して用いられるものである。しかし、実際には支点の相対側方変位が許される場合にも拡張して使用される。この場合特に問題になるのが(i)端モーメントの計算を微小変形理論で行なうのか、それとも有限変形理論で行なうのか。(ii) P_r と P_e の計算に対して、有効座屈長はどのようなものを採用すれば良いのか。という事である。この点と明らかにするため、Fig. 1の(b)に示すような一端固定、他端自由で、自由端に軸圧縮力 P 、水平方向力 Q 、端モーメント M_2 が作用するモデルを考えたい。

3. 有限剛体要素モデルによる解析 Fig. 1の(b)の耐力力解析には、Fig. 1(c)に示すような部材と有限個の剛体要素に分割し、各剛体要素間を伸縮ばねと回転ばねで連結した有限剛体要素モデルを用いた。

又幾何学的非線形に対しては Newton-Raphson 法、材料非線形に対しては増分法を用いて解析を行った。初期曲りは正弦波1/2波長分を用い、又材料は完全弾塑性体とし、断面形状、残留応力分布は Fig. 2に示すものを用いた。本モデルにより柱の耐力力解析を行ない、ヨーロッパ鋼構造協会の座屈耐力力曲線(ECCS)との比較を行なったものを Fig. 3に示す。非常に良い一致がみられ、本モデルの精度の確信を得た。なお有限剛体要素モデルによる解析方法の詳細な内容については文献(3)を参照されたい。

4. 解析結果 Fig. 1の(b)において、固定端の反力モーメントを M_1 とすれば、 M_1 を微小変形理論に基づいて計算した場合、 $M_1 = M_2 + Q \cdot L$ (4) となる。一方、この系に対して有限変形理論 $[y'''' + \lambda^2 y'' = 0$ (5)]に基づいて計算した場合、 $M_1 = M_2 / \cos \lambda L + Q \cdot \tan \lambda L / \lambda$ (6)、 $\lambda^2 = P/EI$ となる。さらに初期曲りとしての振幅

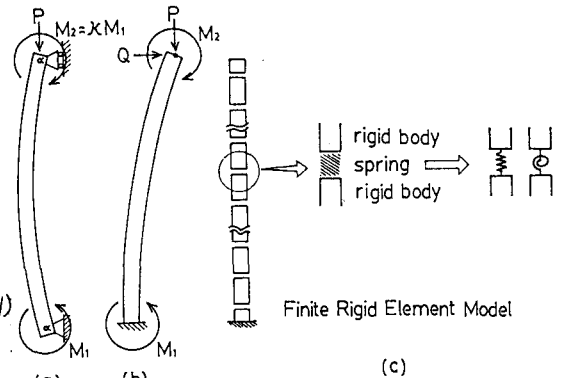


Fig. 1

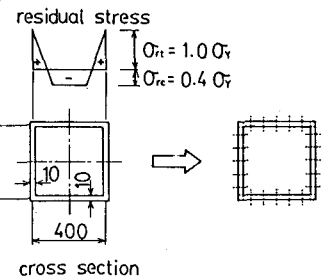


Fig. 2

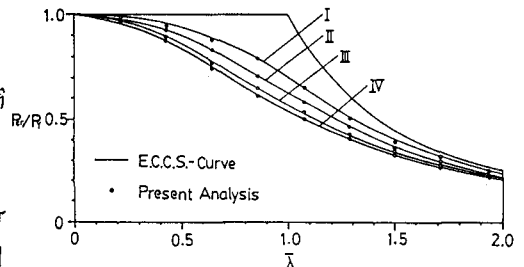


Fig. 3

α の正弦波 $1/4$ 波長を導入すると (6) 式は次式に書き換えられる。ここに L は部材長である。

$M_1 = M_2 / \cos \alpha L + Q \tan \alpha L / \lambda + P \alpha / [1 - 4(P/P_e)] \dots (7)$ また (1) 式において, P_e に用いる有効座屈長を L_1 , P_e に対して L_2 とする。Fig. 4 ~ 8 には, 有限剛体要素モデルによる耐力力解析により求めた限界の P - M 曲線と $\kappa = -1, -0.5, 0, 0.5, 1.0$ の場合について実験値を示してある。又 L_1 と L_2 に各々 L また $2L$ を組み合わせて用い, M_1 の計算には, (4), (6), (7) 式のいずれかを用い, さらに P_e には, 道路橋示方書の座屈基準耐力力曲線の式を用いて (1) 式及び (2) 式に代入し, 逐次計算を行ない限界の P - M 曲線と求めた結果と破線を示す。

Fig. 4 には, 微小変形理論の計算による M_1 を用い, $L_1 = L_2 = 2L$, $C_x = 0.85$ とした場合の限界曲線と一点試験値を示す。この場合, 十分な安全側の結果を与えているが, 有限変形理論で, $L_1 = L_2 = L$, 換算係数 C_x に (3) 式を用いた限界曲線は, M_1 が零に近い領域で危険側となる。Fig. 5 は有限変形理論によるモーメント (6) 式を用い, $L_1 = 2L, L_2 = L$ とした場合の結果を示している。又 Fig. 8 は Fig. 5 と同様であるがモーメントに初期曲りを考慮した (7) 式を用いた場合である。

Fig. 6 は, 有効座屈長 $L_1 = L_2 = 2L$ とした場合で, 全ての曲線に対して極度の安全側の結果を示している。Fig. 7 は, 微小変形理論による M_1 を用い, 換算係数に (2) 式を用いた場合を示している。今回の解析の範囲では, 有限変形理論により端モーメントを計算し, $L_1 = 2L, L_2 = L$ とした場合と, 微小変形理論で端モーメントを計算し, $L_1 = L_2 = 2L$ とした場合が良好な結果を与えることが明らかとなった。

以上の結果より, 部材端の側方変位を許すはり-柱に対して, はり-柱の相関式を用いる場合, 微小変形理論で部材端モーメントを算定する場合には, 有効座屈長は, P_e, P_e のいずれに対しても, その条の弾性固有値に対応する有効座屈長を用い, 有限変形理論により部材端モーメントを算定する場合には, P_e に対しては, 弾性固有値に対する有効座屈長を用い, P_e には, 部材長さのものを用いるのが妥当である。又モーメント換算係数には Austin の (2) 式を使用しても実用上支障がないものと思われる。

文献 リ川井:「固体力学の離散化極限解析」; 生研セナ-テスト 56 の土木学会:「Analysis of Ultimate strength of Columns using 吊橋主塔設計要領(第 3 版) 55 の K. Nagami and F. Ishi; Tokyo Metropolitan University 556

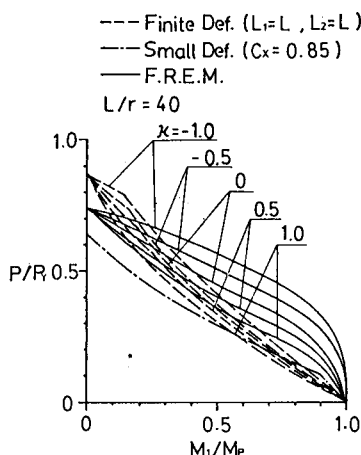


Fig. 4

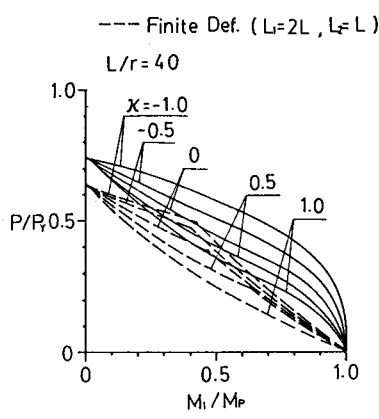


Fig. 5

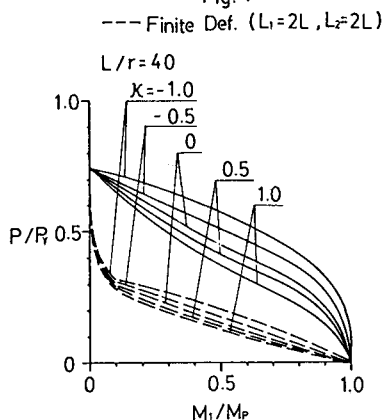


Fig. 6

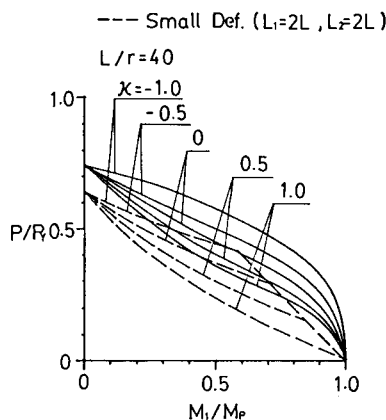


Fig. 7

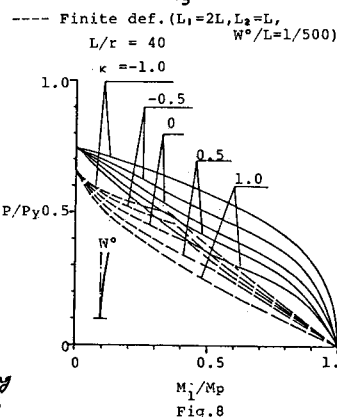


Fig. 8