

○東京大学工学部 学生員 小畑 誠
東京大学工学部 正会員 佐藤 尚文
東京大学工学部 正会員 西野 文雄

1. はじめに 岩盤中に埋設された水圧鉄管(埋設鉄管)は外をおおう岩盤により, 変位の拘束を受ける。この埋設鉄管の外圧に対する座屈強さについてはAMSTUEZ⁽¹⁾の研究以来, 数多くの研究がなされている。これらの多くは座屈形状を仮定しエネルギー法により解を求めているが, ここでは補剛材のない埋設鉄管で自由長が半径に比べて十分長い場合を想定し, この問題を円環にモデル化し, はり要素に離散化して解析した結果を報告する。

2. 解析理論 ここでは文献(2),(3)に報告されている逐次近似法を用いた有限変位解析を用いる。右手系の座標系を図1のように設定する。ここに $\bar{x}_1$ は変形後の部材の軸線に沿って, $\bar{x}_2$ は座標である。仮想変位位置での座標系を $\bar{x}_1, \bar{x}_2$ とみたすようにとり, この座標系で要素の支配方程式を記述する。要素内の任意の点での変位を角度に関する境界条件の非線型性を考慮し次のようにあらわす。

$$u = \langle u_1^1, \varphi_1^1 \rangle < u_2, u_3 \rangle^T \quad (1)$$

$$v = \langle \varphi_1^2, \frac{1}{2} \varphi_2^2, \varphi_3^2, \frac{1}{2} \varphi_4^2 \rangle < v_2, v_3, v_4, v_5 \rangle^T \quad (2)$$

ここに u は要素の初期長さ, v は変形後の長さである。構成方程式としては次の式を用いる。

$$\sigma = E \epsilon \quad (3)$$

これらの関係式を仮想条件式

$$\int \sigma \delta \epsilon dV - \int p \delta u dS = 0 \quad (4)$$

に代入することにより次の支配方程式を得る。

$$\bar{F} = \bar{K}(u) - \bar{F}_0$$

全体座標系であらわせば

$$F = K(u) - F_0 \quad K(u) = T^T \bar{K}(u) T \quad T = \begin{pmatrix} \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

これを重ねあわせることにより次のように全体系の支配方程式を得る。

$$F = K(u) - F_0 \quad (10)$$

3. 接触のあつかい 節点の変位は拘束壁により, 拘束を受ける。

本報告ではこの拘束壁を平面の集合とみなすものとする。節点 i と平面 π_i との距離を d_i とすると, 接触の幾何学的条件としては $d_i=0$ となるが, この式を計算上みたすことは非常に困難なので, 次の不等式を用いる。

$$0 > \frac{d_i}{R} > \epsilon_d \quad (11)$$

ここに R は円環の半径である, d_i は符号を持つ量で, 負のとき拘束壁を突き抜けていることを意味するものとする。接触の力学的条件としては節点が平面から受ける反力を f_i として次の不等式になる。

$$f_i > 0 \quad (12)$$

すなわち節点 i は, 不等式(11)をみたしたとき, 拘束壁上に拘束され, 不等式(12)をみたさなくなる。たとき, 拘束壁から, 離れることになる。

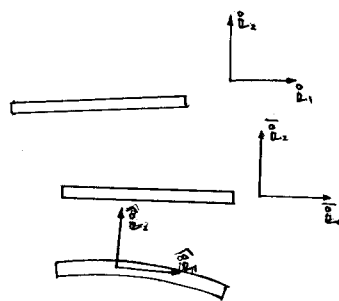


図.1 座標系の設定

$$\bar{x}_i = (\bar{x}_{i1}, \bar{x}_{i2}) \quad (6), (7), (8), (9)$$

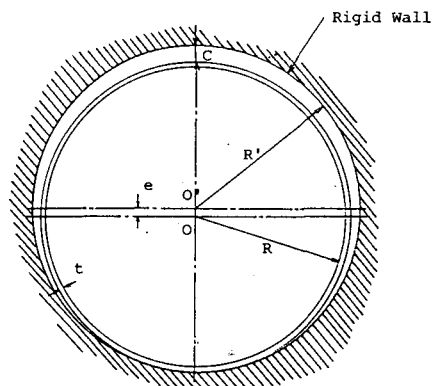


図.2 初期すき

離れるときの条件としては厳密には $\dot{u} = 0$ となるが、計算上は次の不等式を用いる。

$$0 > \dot{u} \geq \dot{u}_f \quad (13)$$

4. 計算結果 計算にあたり、円環の対称性を考慮し、半円のモデルを用いた。円環の半径を R 、肉厚を t としたとき $R/t = 100$ の場合について、図2に示すような一様でなり初期すきまの大きさを C/R として、外圧を受けたときの円環の力学的挙動の相違を求めた。初期すきまの大きさは $C/R = 0.0 \sim 0.005$ について計算を行った。要素分割数は45とし、不等式(11)、(13)の定数 E_d, E_f はそれぞれ -1.0×10^{-5} 、 -1.0×10^{-3} とした。また塑性および円環と拘束壁との摩擦の影響は考慮していない。

図5は圧力と最大たわみの関係を示したもので、横軸に最大たわみの円環の半径に対する比、縦軸に圧力の拘束のない円環の古典座屈圧力 $P_{cr} = 3EI/R^3$ (I:断面2次モーメント) に対する比とされている。これから、拘束壁の存在により、円環の外圧に対する強度が、拘束壁のない場合に比べ20~30倍にもなっていることがわかる。また初期すきまの大きい程、拘束壁の拘束の効果が小さく最大たわみが大きく、大きく変形していることがわかる。図3は限界圧力時の円環の形状の一例を示したものである。変形の様子を強調するために、半径方向の変位は5倍に拡大してある。この図から円環のいわゆる座屈波数は1であることがわかる。図4は初期すきまと限界圧力の関係を示したものである。初期すきまの小さい程、拘束壁の拘束の効果が大きく、限界圧力が大きくなる、ていることがこの図から読みとれる。また計算例に示した範囲では、限界圧力は、初期すきまの大きさに敏感であることがわかる。図4に示した領域は、同じく円環をより要素で離散化し、増分法を用いて解析を行なった松原・山本らの結果を示すものである。この図からわかるように本報告の方が限界圧力が小さくなる、ている。

参考文献

- (1) Amstutz, E., Das Einbeulen von vorgespannten Schnitten und Stollenpanzerungen. Schweizerische Bauzeitung Bd. 71 Nr 16 (1953)
- (2) 池田満宏 トラス構造物の有限変位解析, 東京大学工学部修士論文 (昭和55)
- (3) 三賢名三 平面組紐の非線形数値解析, 東京大学工学部修士論文 (昭和56)
- (4) 山本善久・松原英広 外圧を受ける内張り鋼管の設計公式の提案 水門鉄管 No. 127 (1981)

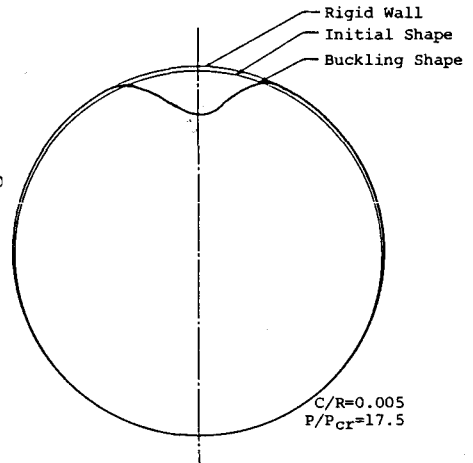


図3 座屈形状

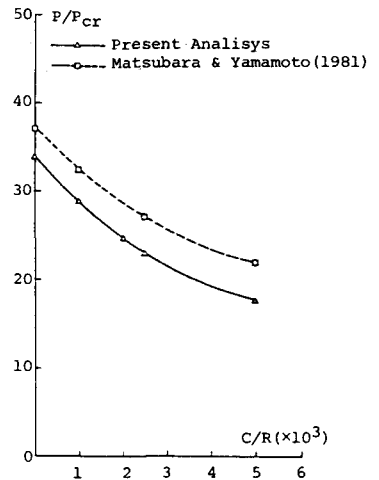


図4 初期すきまと限界圧力の関係

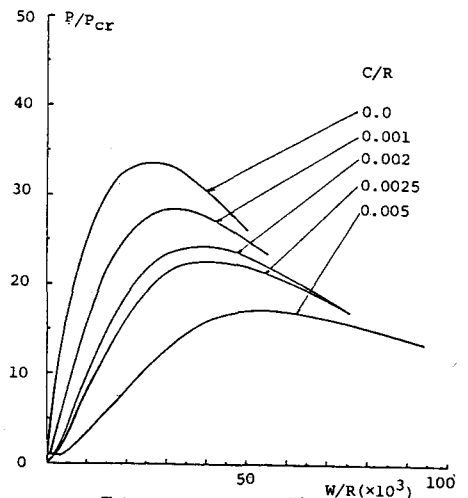


図5 最大たわみと圧力の関係