I-168　グラフ理論を用いた薄肉多室閉断面の応力計算

長岡技術科学大学大学院　学生員　寺村芳明
長岡技術科学大学工学部　正会員　鳥居邦夫

1．まえがき

近年，橋梁の主桁として，薄肉多室構造が多く用いられている．この薄肉構造の解析には，一般化座標を用いる方法，三次元的解析方法，有限要素法，有限帯板法などがある．しかし，これらの方法は，計算が複雑であり計算時間がかかる，又は，ある特定の断面にしか適用できないなどの欠点がある．そこで，beam theory の範囲内でこの欠点を補い，計算を効率的に行なう方法を考える．

今，薄肉断面を点と辺の集合と考えれば，断面が1つの平面グラフであると考えられるので，グラフ理論を用いて断面の接続性に関する特性を調べることができる．グラフ理論の構造解析への応用は，骨組構造や有限要素法における構造剛性への応用例が二，三見うけられる[5)6)]．しかし，薄肉構造の応力計算への応用例はまだ見うけられない．そこで，本提案は，せん断流理論にグラフ理論を用いた応力計算方法を報告する．

2．基礎理論

本提案は，せん断流理論におけるせん断力や二次ねじりモーメントによる不静定せん断流がグラフ理論における閉路基底に対応し，その不静定せん断流の数（断面の不静定次数）が，グラフの零度に対応することに着目している．

ここで，閉路とは，次の性質を持つ辺の列μのことである．

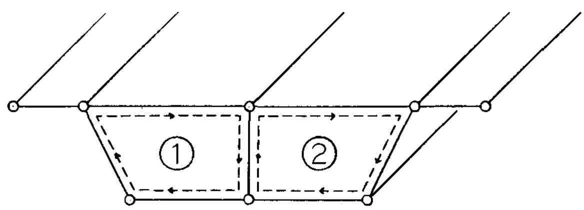

Fig.1：thin plate multibox structure and its cycles

○すべての辺u_kは1つの端点を1つ前の辺u_{k-1}と，他の端点を次の辺u_{k+1}と共有している．

○列μには，同じ辺は二度以上現われず，列μの始点と終点が一致する．

○閉路を一回りたどる時，同じ頂点には一度しか出会わない．

以上の性質より，閉路基底を次の様な3つの方法のいずれかで求めることができる．

1）部材を順次checkしていき，部材の最先端が，一度通った点にもどるまでそのcheckを続けて，閉路基底を求める方法。

2）極大木を見つけて，その極大木に含まれない閉路部材を　つ加えて閉路基底を求める方法。ここで，極大木とは，グラフにでき得る最大の木のことであり，1）の方法を応用すれば容易に求まる。

3）距離行列を用いた最短経路問題の応用として閉路基底を求める方法．

ここで，1），2）の方法は，部材の長さが関係なくその接続性だけで求めることができるので，本提案は，この2つの方法をprograming した．そして，ここで求めた閉路基底は，閉路行列として記憶した．なお，各方法についての詳細は，発表時に行なう．

また，グラフの零度は，節点数n，部材数mの場合，

$$\nu(G)=m-n+1 \qquad (1)$$

によって計算できる．

以上の考え方を，せん断流理論による薄肉構造の応力計算に導入する．ここで，programing の際，計算を機械的に行なうために，多角形の面積を求める時，節点をたどる方向によって面積の符号がかわることを利用して次の2つのvectorを考える．

○閉路方向vector LS（k，j）：

第k閉路について、その閉路を時計方向にたどる時、第j部材が任意点に対して時計回りの方向なら+1，反時計回りの方向なら−1となる。

○S−座標方向vector T（j）：

静定基本系において、第j部材に沿ったS−座標の正の方向が、任意点に対して時計回りの方向なら+1，反時計回りの方向なら−1となる。

この2つのvectorを用いることにより、不静定せん断流を計算する際の静定せん断流の一定方向の積分や、求めた不静定せん断流を静定せん断流と重ね合わせる計算を、代数的に行なうことができる。

○静定せん断流の積分

$$\oint_k \frac{\bar{q}}{t} ds = \sum_k \left\{ T(j) \times LS(k,j) \times \int_0^{L} \frac{\bar{q}}{t} ds \right\} \qquad (2)$$

○不静定せん断流と静定せん断流との重ね合わせ

$$q = \bar{q} + \sum_j \left\{ T(j) \times LS(k,j) \times X_k \right\} \qquad (3)$$

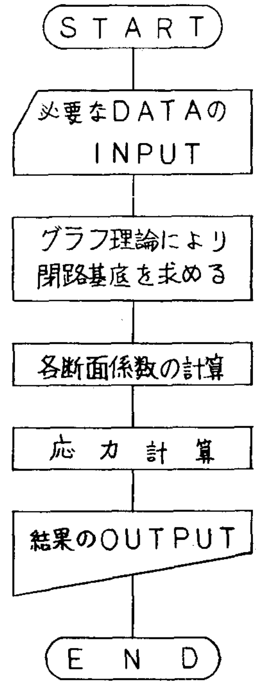

Fig.2：flow chart

3．数値計算例

任意の薄肉多室閉断面の応力度分布を、本提案を用いた計算programで計算を行なった。なお、その計算結果の詳細は、発表時に示す。

Cross-Sectional Force

$N = 0.00\,t$

$M_x = 677.30\,t\cdot m \quad Q_x = 74.69\,t$

$M_y = -33.75\,t\cdot m \quad Q_y = -4.50\,t$

$M_t = 19.16\,t\cdot m$

$M_w = 182.30\,t\cdot m^2 \quad M_{ts} = 19.15\,t\cdot m$

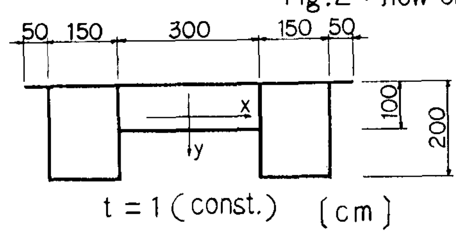

Fig.3：numerical example

4．あとがき

本提案は、有限要素法や有限帯板法などの様な三次元的解析はできないので、入力DATAである断面力は、構造解析によって別に計算しなければならない。しかし、次の様な長所が考えられる。

○任意形状の断面に対して適用でき、又、節点の番号付けが任意にできるので、DATA作製が容易である

○不静定せん断流の数やmatrixのサイズを求めたり、不静定せん断流の生じる閉路部材とそうでない枝部材を分類することが、グラフ理論を用いることにより、自動的にできる。

○方向性を自動的に作ることにより、方向を考慮した積分や重ね合わせを代数的に行なうことができる。

○せん断流理論を用いているので、計算結果は正確であり、又、断面内での要素分割は必要最小限と考えられる。従って、計算時間は短くなる。

これらの事項を考えれば、本計算方法は、橋梁の断面計算に導入される価値は十分あると言える。

5．参考文献

1）C．Berge著，伊理正夫訳：グラフの理論Ｉ：サイエンス社　2）V．Chachra著，五百井清右衛門訳：コンピューターによるグラフ理論の応用：共立出版　3）小西一郎編：鋼橋設計編Ｉ：丸善　4）V．Z．Vlasov著，奥村敏恵訳：薄肉弾性梁の理論：技報堂　5）白石成人，谷口健男：マトリックス構造解析に対するグラフ理論による一考察：土木学会論文報告集第294号　6）佐武正雄，新関茂：有限要素法に対するトポロジー的手法の応用：土木学会第27回年次学術講演会講演概要集