

愛媛大学工学部 正員 大賀水田生
 徳山高専 正員 重松 恒美
 徳山高専 正員 原 隆

1. まえがき

軸圧縮力を受ける円筒シェルの座屈解析は線形および非線形理論により数多く行われているが、オーパンタイプの円筒シェルの座屈解析についてはあまりその例をみないようである。そこで、本研究では著者らが薄肉断面部材の座屈解析に用いた面内力の影響を考慮した平板の格間伝達マトリックスにより軸圧縮力を受けるオーパンシェルの座屈解析を行った。さらに、変位を長さ方向に級数展開することにより得られる円筒シェルに関する格間伝達マトリックスを用いても解析を行った。そして、両者による解および既往の解²⁾を比較することにより、両手法のオーパンタイプの円筒シェルの座屈解析への適用性を検討するとともに折板近似による解の収束状態についても検討を行った。

2. 解析方法

折板近似による解析では図-1(a)に示されるシェルを図-1(b)に示されるような折板モデルに置換する。そして、図-1(b)の薄肉断面部材の微小要素の断面力のつり合いより、面外格間マトリックス F_b 、面内格間マトリックス F_m を求める。これらの格間マトリックスより、折板断面の格間伝達式は次のように表わされる。

$$\bar{Z}_{i+1} = \begin{bmatrix} F_b & 0 \\ 0 & F_m \end{bmatrix} \bar{Z}_i = F_f \bar{Z}_i \quad (1)$$

また、格点での伝達式は格点の左右の状態量のつり合いで座標変換マトリックス P を用いて次のように求められる。

$$\bar{Z}_R = P \bar{Z}_L \quad (2)$$

式(1)および(2)のマトリックス F_f 、 P の掛算により伝達マトリックスを求め、境界条件を考慮することにより座屈条件式を得る。

次に、シェル理論による格間マトリックスの説明について述べる。この場合、変位を円周方向に級数展開する方法と長さ方向に級数展開する方法が考えられるが、本研究では非載荷辺の境界条件を自由に考慮できる長さ方向の級数展開を用いた。図-2に示す微小シェル要素の断面力のつり合い条件式と変形条件式から状態量間の関係を求め、級数展開することにより状態量ベクトル \bar{Z} に関する一階の連立常微分方程式が次のように得られる。

$$\frac{d}{d\psi} \bar{Z} = A \bar{Z} \quad (3)$$

ここに $\bar{Z} = \{\bar{w}, \bar{q}_x, \bar{M}_y, \bar{Q}_y, \bar{V}, \bar{U}, \bar{N}_y, \bar{N}_{yx}\}^T$

A : 係数マトリックス

式(3)を積分することにより解が次のように求まる。

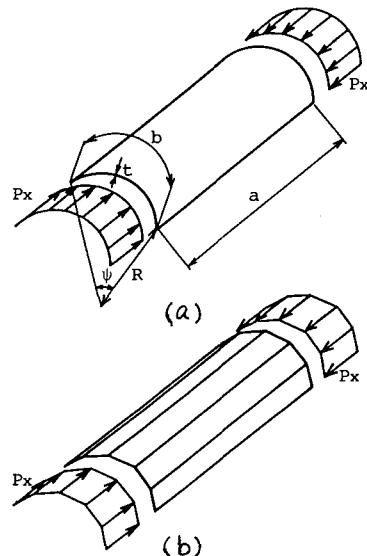


図-1 オーパン円筒シェル

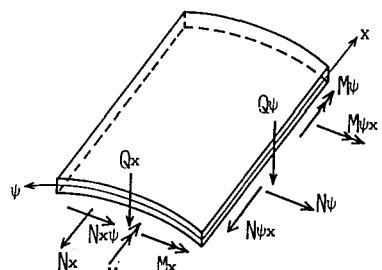


図-2 断面力

$$Z = e^{ikx} Z_0 = F_k Z_0 \quad (4)$$

ここに、幅が円筒シェルに関する格間伝達マトリックスである。

3. 数値計算および考察

図-3,4に折板近似による解の収束状態を分割数 $N=20$ での解を基準として示している。図-3は R/t の違いによる解の収束状態の比較を示している。なお、中心角 $\psi = 60^\circ$, $a/b = 4$ の場合である。非載荷辺の境界条件が自由一自由、単純一自由の場合は R/t が小さいほど良い収束状態を示しているが、単純一単純では逆の傾向となり、 R/t が

大きいほど早く収束する。図-4は境界条件の違いによる収束状態の比較を示している。なお、この場合は $R/t = 100$, $a/b = 4$ である。いずれの境界条件でも中心角の増大とともに収束状態は悪くなるが、その程度は単純一単純が他の二つの場合に比べて小さい。また $\psi = 30^\circ$ の場合、自由一自由、単純一自由では $N = 4$ ですでに収束している。図-3,4には分割数 $N=20$ での座屈荷重 $Z = k^2 P_c / b^2 D$ としてカッコの中に示しているが、これらとシェル理論の格間伝達マトリックスによる解との差は自由一自由で 1%, 単純一自由で 4%, 单純一单純で 3% 以内となる。つまり、両者は良く一致している。

図-5に $\psi = 60^\circ$ の場合の数値計算結果を R/t をパラメータに示している。非載荷辺の境界条件は自由一自由であり、横軸に a/b 、縦軸に前述の荷重 $Z = k^2 P_c / b^2 D$ とされている。折板近似での分割数は $N = 4$ で収束したと考えられる $N=12$ であるが、いずれの R/t でも $N=12$ での解はシェル理論による解と非常に良く一致しており、図中では区別できない。また、これらは Chu らによる解より少し小さめであるがかなり良く一致している。分割数の違いによる差は図-3(a)より明らかのように R/t が増大するほど大きくなり、 a/b の違いによる差は a/b が小さくなるほど大きくなる。図-6に単純一自由での計算結果を示している。この場合の折板近似での分割数は $N=4$ および 15 であるが、図-5 と同様な傾向を示している。なお、シェル理論による計算での伝達回数はすべて一回である。

参考文献 1) 見渡他：薄肉断面部材の座屈解析について

第32回中四支部年次学術講演概要集、1980

2) K.H.Chu : Buckling of Open Cylindrical Shells, ASCE, EM2, 1967

3) R.Uhrig : Elastostatik und Elastokinematik in Matrizenbeschreibung, Springer-Verlag, 1973

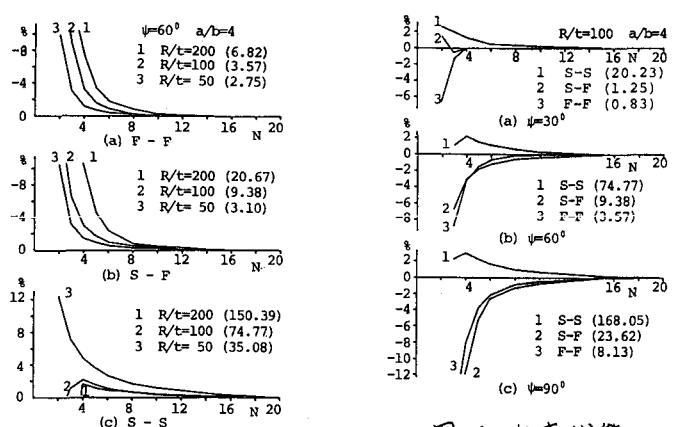


図-3 収束状態

図-4 収束状態

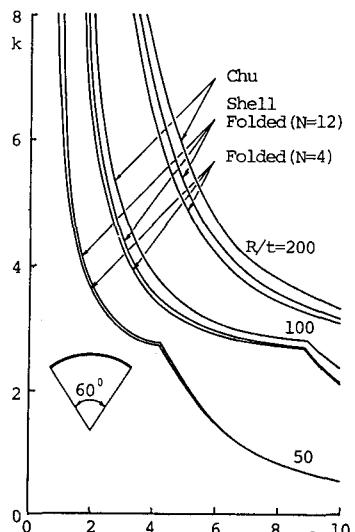


図-4 収束状態

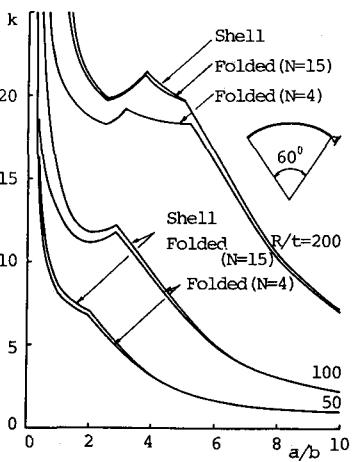


図-5 座屈強度曲線

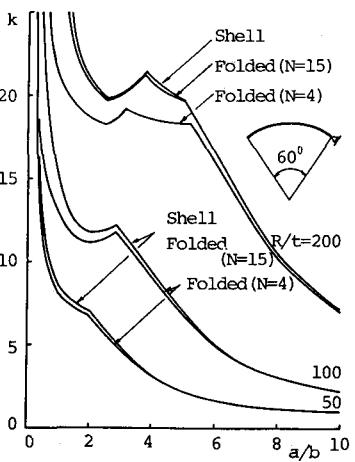


図-6 座屈強度曲線