

関西大学 工学部

正会員 三 上 市 蔵

(株)総合技術コンサルタント

正会員 〇 中 光 義 之

関西大学 工学部

正会員 森 沢 敬 文

1. まえざき アーチ型材のフランジ、縦断勾配またはターボ主有する箱桁のフランジ、曲線プレートガータおよび曲線箱桁の腹板などはその面外に曲率を有しており、円筒パネルとみなすことができる。これらのパネルを安全かつ経済的に設計するためには、幾何学的非線形のみならず材料学的非線形をも考慮した弾塑性有限変位解析を行う必要がある。シェルの弾塑性有限変位解析として、有限要素法を用いて面外荷重を受ける回転シェルの解いたMarcal¹⁾の研究、面外荷重を受ける軸対称シェルを有限要素法で解いた安藤²⁾らの研究、軸荷重を受ける軸対称シェルを差分法で解いた永田³⁾らの研究などがある。本研究においては、周辺で単純支持された円筒パネルが、その両端に円筒方向内強制変位を受ける場合を対象とし、Washizu⁴⁾の薄いシェルに対する幾何学的非線形理論を拡張して弾塑性有限変位解析を行なった。数値解析法としては差分法を用い、基礎の連立非線形偏微分方程式を連立非線形代数方程式に変換し、簡易な反復法を考案して解を求めた。数値計算結果を用いて、降伏応力、曲率半径パラメータおよび荷重状態による影響を考慮した。

2. 基礎方程式 図-1に示すような弧に右、た長さ a 、幅 b 、厚さ t 、中央面の曲率半径 R の等方性円筒パネルが面内圧縮荷重、または引張り荷重を受ける場合を解析する。図-1に示す座標軸を設定し、断面力および中央面の変位 u, v, w の正の方向を図-2のように定義する。

(1) 中央面から z の位置にある任意面におけるひずみ-変位関係式

$$\left. \begin{aligned} \Delta \epsilon_x' &= \Delta \epsilon_x + \frac{1}{2} (2\phi_x \cdot \Delta \phi_x + \Delta \phi_x^2) - z \cdot \Delta \kappa_x \\ \Delta \epsilon_y' &= \Delta \epsilon_y + \frac{1}{2} (2\phi_y \cdot \Delta \phi_y + \Delta \phi_y^2) - z \cdot \Delta \kappa_y \\ \Delta \epsilon_{xy}' &= \Delta \epsilon_{xy} + \frac{1}{2} (\Delta \phi_x \cdot \phi_y + \phi_x \cdot \Delta \phi_y + \Delta \phi_x \cdot \Delta \phi_y) - z \cdot \Delta \kappa_{xy} \end{aligned} \right\} (1)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{ただし、} \Delta \epsilon_x &= \Delta u, x, \Delta \epsilon_y = \Delta v, y - \Delta w, R, \Delta \epsilon_{xy} = \frac{1}{2} (\Delta u, y + \Delta v, x) \\ \Delta \phi_x &= \Delta w, x, \Delta \phi_y = \Delta w, y - \Delta v, R, \Delta \phi = \frac{1}{2} (\Delta v, x - \Delta u, y) \\ \Delta \kappa_x &= \Delta \phi_x, x, \Delta \kappa_y = \Delta \phi_y, y, \Delta \kappa_{xy} = \frac{1}{2} (\Delta \phi_{xy} + \Delta \phi_{yx}, x + \frac{1}{R} (\Delta \epsilon_{xy} + \phi)) \end{aligned} \right\} (2)$$

である。

(2) 中央面から z の位置にある任意面における応力-ひずみ関係式

$$\left. \begin{aligned} \Delta \sigma_x' &= A_{11} \Delta \epsilon_x' + A_{12} \Delta \epsilon_y' + 2A_{13} \Delta \epsilon_{xy}' \\ \Delta \sigma_y' &= A_{12} \Delta \epsilon_x' + A_{22} \Delta \epsilon_y' + 2A_{23} \Delta \epsilon_{xy}' \\ \Delta \sigma_{xy}' &= A_{13} \Delta \epsilon_x' + A_{23} \Delta \epsilon_y' + 2A_{33} \Delta \epsilon_{xy}' \end{aligned} \right\} (3)$$

ただし、係数 A_{ij} は弾性域においては

$$\left. \begin{aligned} A_{11} &= \frac{E}{1-\nu^2}, A_{12} = \frac{\nu E}{1-\nu^2}, A_{13} = 0, A_{22} = \frac{E}{1-\nu^2}, A_{23} = 0, \\ A_{33} &= \frac{E}{2(1+\nu)} \end{aligned} \right\} (4)$$

で、塑性域においては

$$\left. \begin{aligned} A_{11} &= \frac{E}{1-\nu^2} - \frac{S_1^2}{S_0}, A_{12} = \frac{\nu E}{1-\nu^2} - \frac{S_1 S_2}{S_0}, A_{13} = -\frac{S_1 S_3}{S_0} \\ A_{22} &= \frac{E}{1-\nu^2} - \frac{S_2^2}{S_0}, A_{23} = -\frac{S_2 S_3}{S_0}, A_{33} = \frac{E}{2(1+\nu)} - \frac{S_3^2}{S_0} \end{aligned} \right\} (5)$$

となり、

$$S_1 = \frac{2\sigma_x' - \sigma_y'}{3}, S_2 = \frac{2\sigma_y' - \sigma_x'}{3}, S_{xy} = \sigma_{xy}', S_3 = \frac{E}{1-\nu^2} (S_1 + \nu S_2), S_4 = \frac{E}{1-\nu^2} (S_2 + \nu S_1), S_5 = \frac{E}{2(1+\nu)} \cdot 2S_{xy}'$$

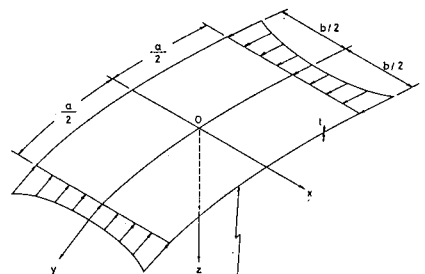


図-1

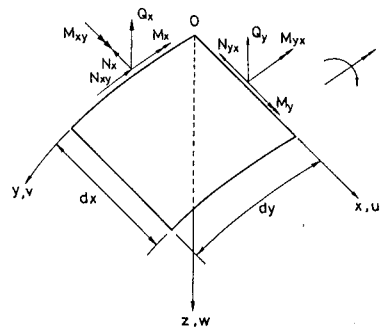


図-2

$$S_0 = S_1 \cdot S_x + S_2 \cdot S_y + 2 S_3 \cdot S_{xy} \quad (6)$$

で、E はヤング率、 ν はポアソン比である。

(3) 断面力

$$\Delta M_x = B_{11} \Delta e_x + B_{12} \Delta e_y + 2 B_{13} \Delta e_{xy} - B_{14} \Delta k_x - B_{15} \Delta k_y - 2 B_{16} \Delta k_{xy}$$

$$\Delta M_y = B_{12} \Delta e_x + B_{22} \Delta e_y + 2 B_{23} \Delta e_{xy} - B_{15} \Delta k_x - B_{25} \Delta k_y - 2 B_{26} \Delta k_{xy}$$

$$\Delta M_{xy} = B_{13} \Delta e_x + B_{23} \Delta e_y + 2 B_{33} \Delta e_{xy} - B_{14} \Delta k_x - B_{24} \Delta k_y - 2 B_{36} \Delta k_{xy}$$

$$\Delta H_x = B_{14} \Delta e_x + B_{15} \Delta e_y + 2 B_{16} \Delta e_{xy} - B_{44} \Delta k_x - B_{45} \Delta k_y - 2 B_{46} \Delta k_{xy}$$

$$\Delta H_y = B_{15} \Delta e_x + B_{25} \Delta e_y + 2 B_{26} \Delta e_{xy} - B_{45} \Delta k_x - B_{55} \Delta k_y - 2 B_{56} \Delta k_{xy}$$

$$\Delta H_{xy} = B_{16} \Delta e_x + B_{26} \Delta e_y + 2 B_{36} \Delta e_{xy} - B_{46} \Delta k_x - B_{56} \Delta k_y - 2 B_{66} \Delta k_{xy}$$

$$\text{ただし、} \Delta e_x = \Delta e_x + \frac{1}{2} (2 \phi_x \cdot \phi_x + \phi_x^2), \Delta e_y = \Delta e_y + \frac{1}{2} (2 \phi_y \cdot \phi_y + \phi_y^2), \Delta e_{xy} = \Delta e_{xy} + \frac{1}{2} (\phi_x \cdot \phi_y + \phi_x \cdot \Delta \phi_y + \phi_y \cdot \Delta \phi_x) \quad (7)$$

で、係数 B_{ij} は剛度で係数 A_{ij} を積分することより求まる。

(4) フリ合ひ式

$$\Delta N_{x,x} + \Delta N_{xy,y} = 0$$

$$\Delta N_{xy,y} + \Delta N_{yy,x} = 0$$

$$\Delta M_{x,x} + 2 \Delta M_{xy,y} + \Delta M_{yy,yy} + N_x \cdot \phi_{x,x} + \Delta N_x (\phi_{x,x} + \Delta \phi_{x,x})$$

$$+ N_{xy} (\phi_{xy,y} + \Delta \phi_{xy,y}) + \Delta M_{xy} (\phi_{xy,y} + \Delta \phi_{xy,y} + \phi_{xy,y} + \Delta \phi_{xy,y}) + N_y \cdot \phi_{y,y}$$

$$+ \Delta N_y (\phi_{y,y} + \Delta \phi_{y,y}) + \frac{1}{R} \Delta N_y = 0 \quad (8)$$

(5) 降伏条件 von Mises の降伏条件を用いた。

(6) 境界条件式

$$x = b/2 : \Delta N_x = 0, \Delta N_{xy} = 0, \Delta w = 0, \Delta M_x = K_x \cdot \Delta w, x$$

$$y = a/2 : \Delta v = \Delta v_m, \Delta N_{xy} = 0, \Delta w = 0, \Delta M_y = K_y \cdot \Delta w, y \quad (9)$$

$$x = 0 : \Delta u(x) = -\Delta u(-x), \Delta v(x) = \Delta v(-x), \Delta w(x) = \Delta w(-x) \quad (10)$$

$$y = 0 : \Delta u(y) = \Delta u(-y), \Delta v(y) = -\Delta v(-y), \Delta w(y) = \Delta w(-y) \quad (11)$$

ただし、 K_x は側面の弾性拘束係数、 K_y は端部の弾性拘束係数、 Δv_m は端部における円周方向変位である。

3. 面内圧縮荷重の場合の数値計算例 中央横断面における円周方向平均膜力 N_{mc} とバネ中央のたわみの関係を図-3 に示す。降伏応力 $\sigma_y = 30 \text{ kg/mm}^2$ の場合、面外変形があまり進まない段階で降伏して崩壊に

たるので、圧縮と曲げで塑性状態にはいる。これに対して、 $\sigma_y = 60 \text{ kg/mm}^2$ の場合は、面外変形が大きく、主によつて降伏し、塑性状態にはいるので、最高荷重後の荷重の低下が著しい。

図-4 は $\sigma_y = 30 \text{ kg/mm}^2$ の場合の、断面 $y = 0$ および断面 $x = 0$ における塑性域の広がりを表わしている。降伏はバネ内側の中央から始まり、内側を側面まで広がり、側面でまず全板厚に塑性域が広がり、これが中央に伝わり、ていくのがわかる。これは圧縮と曲げによる塑性域の広がりである。

1) Marcal, P. V. : Large deflection analysis of elastic-plastic shells of revolution, Jour.

AIAA, Vol.8, No.9, pp.1627-1633, Sept., 1970. 2) 安藤・ほか : 有限要素法による軸対称かくの弾塑性

たわみ解析, 日本機械学会論文集, Vol.37, No.303, pp.2069-2080, 1971. 3) 沢田・田中・長砂 : 軸対

称かくの非対称弾塑性曲げ解析, 日本機械学会論文集, Vol.45, No.395, pp.799-807, 1979. 4) Washizu,

K. : Variational Methods in Elasticity and Plasticity, 2nd ed., Pergamon Press, 1975.

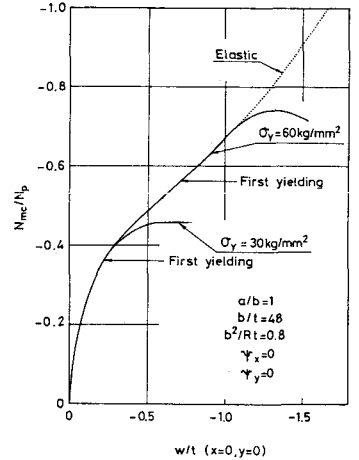


図-3

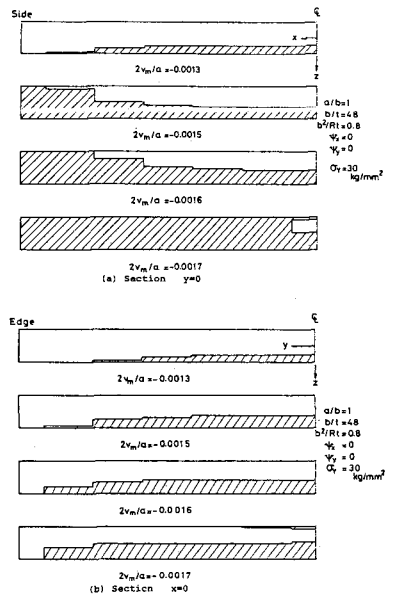


図-4