

住友金属(株) 正員 近藤 邦明
 大阪大学 正員 前田 幸雄

1. 寸えがき

シェル構造は、横荷重に対して主に面内力、いわゆる膜力で抵抗する構造である。横荷重によって、シェルは面外方向へたわみ、微小歪の範囲でも、面外へ有限の回転を生じることがある。しかしながら、回転の影響を考慮した非線形の変位歪関係にもとづく有限要素の定式化は、シェルを構成する板の曲率のために、非常に複雑になる。そこで、本報告では、軸対称薄肉シェル要素に対して、その母線の座標を逐次修正することによって、シェル要素の面外への回転の影響を考慮し、線形の変位歪関係を用いることにより、極めて簡潔に有限変位問題の定式化を行うことを可能にした。

2. 解析手法

使用した要素及び要素座標系を図1に示す。変位の円周方向の分布は、Fourier級数で表わし、その係数を未知変数として扱う。節線自由度は、図2に示す様に1節線9自由度とし各Fourier係数の母線方向の分布は、 η の5次式を用いて表現している。中央面を決定する幾何学量の母線方向の変化も同様に η の5次式で表わしている。

変位歪関係を式(1)に示す。

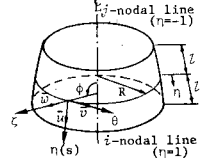


図1 軸対称要素

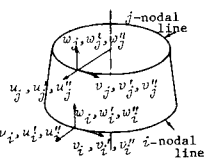


図2 節線自由度

$$\begin{bmatrix} \epsilon_\phi \\ \epsilon_\theta \\ \epsilon_{\phi\theta} \\ K_\phi \\ K_\theta \\ K_{\phi\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\cos\phi}{L} \frac{\partial}{\partial \eta} & & -\frac{\sin\phi}{L} \frac{\partial}{\partial \eta} & & & \\ & \frac{1}{R} & & \frac{\partial}{R\partial\theta} & & \\ & \frac{\cos\phi}{R} \frac{\partial}{\partial \theta} & & -\frac{\cos\phi}{R} + \frac{\partial}{L\partial\eta} & & -\frac{\sin\phi}{R} \frac{\partial}{\partial \theta} \\ -\frac{\cos\phi}{R_\phi L} \frac{\partial}{\partial \eta} - \frac{\sin^2\phi}{L^2} \frac{\partial}{\partial \eta^2} & & \frac{\sin\phi}{R_\phi L} \frac{\partial}{\partial \eta} - \frac{\cos\phi}{L^2} \frac{\partial}{\partial \eta^2} & & & \\ \frac{\sin\phi\cos\phi}{RL} \frac{\partial}{\partial \eta} - \frac{\sin\phi}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} & & \frac{\sin\phi}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} & & -\frac{\cos^2\phi}{RL} \frac{\partial}{\partial \eta} - \frac{\cos\phi}{R^2} \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} & \\ \frac{\sin\phi\cos\phi}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} - \frac{\sin\phi}{RL} \frac{\partial^2}{\partial \eta\partial\theta} & -\frac{\sin\phi\cos\phi}{R^2} + \frac{\sin\phi}{RL} \frac{\partial}{\partial \eta} & \frac{\cos^2\phi}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} - \frac{\cos\phi}{RL} \frac{\partial^2}{\partial \eta\partial\theta} & & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \quad (1)$$

式(1)に現われる中央面を決定する幾何学量を、変形を考慮して逐次修正していくことによって、変位歪関係に、変形に伴う非線形性を導入する。修正を受ける幾何学量は、 R 、 R_ϕ 及び ϕ である。図3において、添字0は、各増分ステップの初期状態を示し、 Δ はステップ間の増分量を示している。図3(a)から、増分ステップの終わりにおいて、 R 及び ϕ は次の様に修正される。

$$\left. \begin{aligned} R &= R_0 + \Delta u \\ R' &= R_0' + \Delta u' \\ R'' &= R_0'' + \Delta u'' \\ \phi &= \phi_0 + \Delta\omega_\phi \\ \phi' &= \phi_0' + \Delta\kappa_\phi \end{aligned} \right\} (2)_{a-e}$$

同様にして、母線の曲率は、図3(b)から次の様に修正される。

$$\frac{1}{R_\phi} = \frac{1}{R_\phi_0} + \Delta\kappa_\phi \quad (2)_f$$

次に、各ステップの初期状態において、前のステップまでの荷重によって生じた応力及び分布荷重の影響、いわゆる初期応力マトリックスと初期荷重マトリックスを誘導する。これらのマトリックスの誘導は、増分ステップの初期状態に平衡している各応力及び外力が、増分ステップの間の変形によって、系に

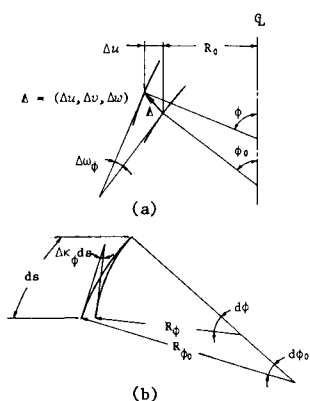


図3 幾何学量の修正

どの様に影響するかを物理的に考察することによって誘導している。^{1), 2)}
 図4に示す平衡状態にある微小シェル要素を考える。図5(a)~(c)に示す変形モードに対して初期応力によって生じる付加的な仮想仕事は、

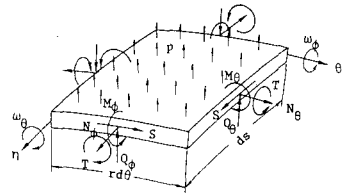


図4 シェル要素

$$\delta W_1 = [\delta \omega_\phi N_\phi \Delta \omega_\phi + \delta \omega_\theta N_\theta \Delta \omega_\theta + \delta \omega_\phi Q_\phi \Delta \varepsilon_\phi + \delta \varepsilon_\phi Q_\phi \Delta \omega_\phi + \delta \omega_\theta Q_\theta \Delta \varepsilon_\theta + \delta \varepsilon_\theta Q_\theta \Delta \omega_\theta + \delta \omega_\phi S \Delta \omega_\phi + \delta \omega_\theta S \Delta \omega_\theta] dA = \delta p^T \Delta \mathbf{P}_{g1} \quad (3)_a$$

同様に、図5(d)から初期荷重に対しては、

$$\delta W_2 = \frac{1}{2} [\delta \omega_\phi p \Delta u + \delta u p \Delta \omega_\phi + \delta \omega_\theta p \Delta v + \delta v p \Delta \omega_\theta] dA = \delta p^T \Delta \mathbf{P}_{g2} \quad (3)_b$$

式(3)_aから誘導されるものが初期応力マトリックス、式(3)_bから誘導されるものが初期荷重マトリックスである。ここで、式(3)_aと式(3)_bをまとめて次の様に表わす。

$$\delta W = \delta W_1 + \delta W_2 = \delta p^T \Delta \mathbf{P}_g = \delta p^T [k_g] \Delta p \quad (3)_c$$

この $[k_g]$ と弾性剛性マトリックス $[k_e]$ を用いて増分形式の平衡方程式を次の様に表わすことが出来る。

$$\Delta P = \{[k_e] + [k_g]\} \Delta p \quad (4)$$

式(4)に適當な収束計算を組み合わせることにより、非線形解を得ることが出来る。

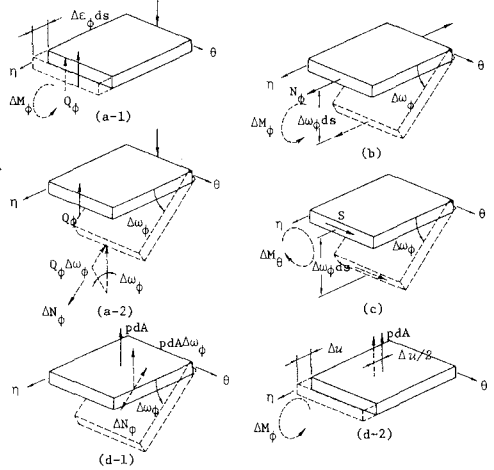


図5 初期応力・初期荷重の影響

3. 解析例

図6、7は、等分布外圧を受ける円環の解析結果である。モデルは上下対称なので、上半分を10要素を用いて解析を行った。変位、曲げモーメントともKALNINSの解析結果に非常によく一致している。図8は、円錐シェルと円筒シェルからなる軸対称シェルの外圧による座屈解析結果である。MISTRYはこのシェルの座屈荷重として、1908psiを与えている。本解析では、半分を6要素を用いて解析し、座屈荷重として1851psiを得た。尚、円錐シェルと円筒シェルの結合点の処理方法は、昨年報告したので、ここでは省略する。

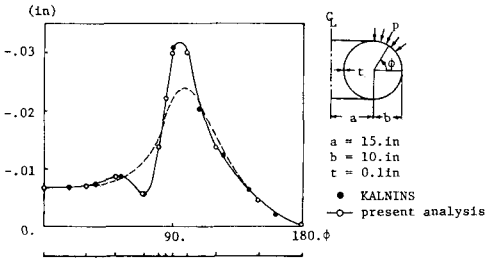


図6 Distribution of Displacement

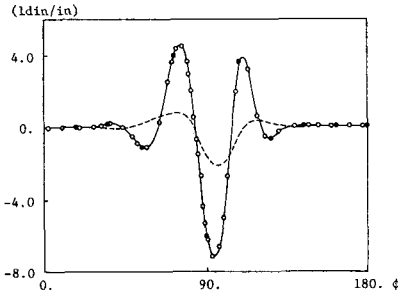


図7 Distribution of Bending Moment M_ϕ

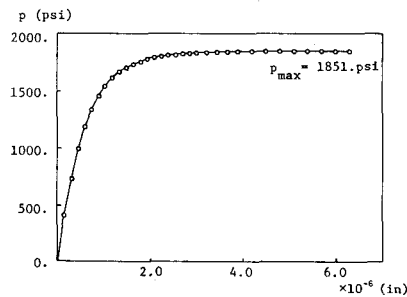


図8 Harmonic Displacement at Junction

参考文献 1) A.S.L.Chan and A.Firmin ; The Analysis of Cooling Towers by the Matrix Finite Element Method PART 2 Computer Method in Applied Mech. and Eng. 9.1976. pp337-367
 2) J.H.Argyris and P.W.Scharpf ; Some General Consideration on the Natural Mode Technique PART 2 Aeronautical Journal Vol.73 No.699 pp218-226 March 1969