

関西大学工学部 正会員 三上市蔵
清水建設(株) 正会員 ○矢部幸男

1. まえがき 曲線箱桁の腹板、アーチ部材のフランジ、縦断面内で曲率を有する箱桁のフランジなどはその面外に曲率を有しており、円筒パネルとみなすことができる。これらの円筒パネルはその円周方向に面内力を受けているので、曲率の影響を考慮に入れて解析を行なう必要がある。また、これらの円筒パネルには、溶接による残留応力および初期たわみなどのいわゆる初期不整が不可避免的に発生する。この初期不整はパネルの強度に重大な影響を及ぼすので、これを考慮に入れて解析する必要がある。初期たわみを考慮に入れたシェルの方程式としては Donnell¹⁾ の方程式がよく知られており、それを用いた研究としては、Donnell らの研究²⁾ および Turula らの研究³⁾ などがあげられる。しかし、円周方向に面内力を受ける円筒パネルについては、初期たわみを有しない場合の非線形挙動に関する Mikami⁴⁾ の研究があるが、初期たわみを有する場合は研究されていないようである。そこで、初期たわみを有する円筒パネルが円周方向面内力を受ける場合を、Washizu⁵⁾ の薄いシェルに対する非線形理論を初期たわみを有する場合に拡張して適用し、差分法を用いて解析した。数値計算を行って、種々のパラメータが非線形挙動に及ぼす影響について調べる。

2. 基礎方程式 図-1 に示すような弧に沿った長さ a 、幅 b 、厚さ t 、中央面の曲率半径 R の等方性円筒パネルが初期たわみを有している場合を考える。荷重としては、両端に均等な円周方向強制変位 $2u$ を与える。 $2u > 0$ の場合、円周方向面内引張力が、 $2u < 0$ の場合、円周方向面内圧縮力が作用することになる。座標軸を図-1 のようにとり、断面力および変位の正の方向を図-2 のように定義する。

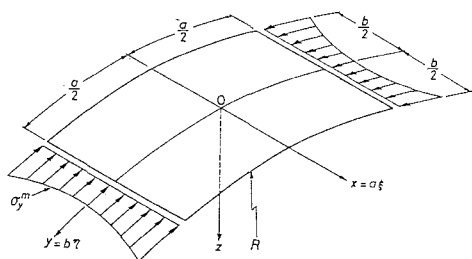


図-1

パネル中央面のひずみ成分は次のように表わされる。

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= \epsilon_x + \frac{1}{2} [\epsilon_x^2 + (\phi + \epsilon_{xy})^2 + \phi_x^2] + \phi_x \phi_{0x} \\ \epsilon_y &= \epsilon_y + \frac{1}{2} [(\epsilon_{xy} - \phi)^2 + \epsilon_y^2 + \phi_y^2] + \phi_y \phi_{0y} \\ \epsilon_{xy} &= \epsilon_{xy} + \frac{1}{2} [\epsilon_{xy}(\epsilon_{xy} - \phi) + (\epsilon_{xy} + \phi)\epsilon_y + \phi_x \phi_y + \phi_x \phi_{0y} + \phi_y \phi_{0x}] \end{aligned} \quad (1)$$

ここに、 $\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_{xy}$ は中央面の線形ひずみ成分、 ϕ_x, ϕ_y, ϕ は中央面の回転成分、 ϕ_{0x}, ϕ_{0y} は中央面の初期たわみによる回転成分で、中央面の変位 u, v, w および初期たわみ w_0 を用いて次のように表わされる。

$$\epsilon_x = u_{,x}, \quad \epsilon_y = v_{,y} - w/R, \quad \epsilon_{xy} = \frac{1}{2}(u_{,y} + v_{,x}) \quad (2)$$

$$\phi_x = w_{,x}, \quad \phi_y = w_{,y} + v/R, \quad \phi = \frac{1}{2}(2v_{,x} - u_{,y}) \quad (3)$$

$$\phi_{0x} = w_{0,x}, \quad \phi_{0y} = w_{0,y} \quad (4)$$

曲率の変化量と変位の関係は、次の関係式を用いる。

$$K_x = w_{,xx} = \phi_{x,x}, \quad K_y = w_{,yy} + 2v_{,y}/R = \phi_{y,y}, \quad K_{xy} = w_{,xy} + 2v_{,x}/R = \frac{1}{2}[\phi_{x,y} + \phi_{y,x} + \frac{1}{R}(\epsilon_{xy} + \phi)] \quad (5)$$

つり合式は次のようになる。

$$N_{x,x} + N_{xy,y} + N_x \epsilon_{xx} + N_{xy}(\epsilon_{xy} - \phi)_{,x} + N_{xy} \epsilon_{x,y} + N_y(\epsilon_{xy} - \phi)_{,y} + N_{x,x} \epsilon_x + N_{xy,x}(\epsilon_{xy} - \phi) + N_{xy,y} \epsilon_x + N_{y,y}(\epsilon_{xy} - \phi) = 0 \quad (6.a)$$

$$N_{y,y} + N_{xy,x} + \frac{1}{R}(M_{y,y} + 2M_{xy,x}) + N_x(\epsilon_{xy} + \phi)_{,x} + N_{xy} \epsilon_{y,x} + N_{xy}(\epsilon_{xy} + \phi)_{,y} + N_y \epsilon_{y,y} + N_{x,x}(\epsilon_{xy} + \phi) + N_{xy,x} \epsilon_y + N_{xy,y}(\epsilon_{xy} + \phi) + N_{y,y} \epsilon_y - \frac{1}{R}[N_{xy}(\phi_x + \phi_{0x}) + N_y(\phi_y + \phi_{0y})] = 0 \quad (6.b)$$

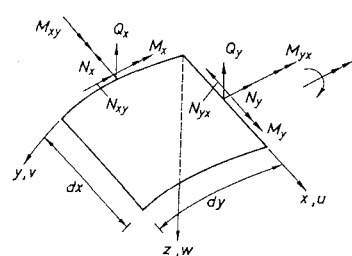


図-2

$$\begin{aligned}
 & M_{x,xx} + 2M_{xy,xy} + M_{y,yy} + N_x(\phi_x + \phi_{0x})_x + N_{xy}[(\phi_y + \phi_{0y})_x + (\phi_x + \phi_{0x})_y] + N_y(\phi_y + \phi_{0y})_y \\
 & + N_{x,x}(\phi_x + \phi_{0x}) + N_{xy,x}(\phi_y + \phi_{0y}) + N_{xy,y}(\phi_x + \phi_{0x}) + N_{y,y}(\phi_y + \phi_{0y}) \\
 & + \frac{1}{R} [N_y + N_{xy}(\varepsilon_{xy} + \phi) + N_y \varepsilon_y] = 0
 \end{aligned} \quad (6.C)$$

境界条件式および対象条件式を次に示す。

$$(1) \quad x = b/2 \text{ において } w = 0, \quad M_x = \frac{\psi D}{b} w_{,x}, \quad N_x = 0, \quad N_{xy} = 0 \quad (7)$$

$$(2) \quad y = a/2 \text{ において } w = 0, \quad M_y = 0 \text{ (or } w_{,y} = 0), \quad v = 2w, \quad N_{xy} = 0 \quad (8)$$

$$(3) \quad x = 0 \text{ において } w(x) = w(-x), \quad u(x) = -u(-x), \quad v(x) = v(-x) \quad (9)$$

$$(4) \quad y = 0 \text{ において } w(y) = w(-y), \quad u(y) = u(-y), \quad v(y) = -v(-y) \quad (10)$$

ここに、 ψ は弾性固定係数である。

初期たわみとして、次の2つの場合を仮定した。

$$w_0 = \omega t \cos \frac{\pi x}{b} \cos \frac{\pi y}{a} \quad (11)$$

$$w_0 = \omega t \cos \frac{\pi x}{b} \cos \frac{3\pi y}{a} \quad (12)$$

ここに、 ωt は最大初期たわみ量である。

3. 数値計算例 パラメータとしては縦横比 a/b 、幅厚比 b/t 、曲率パラメータ b^2/Rt 、最大初期たわみ ω 、側辺の弾性固定係数 ψ 、荷重 $V_m (= 22m/a)$ を用いる。以下に、 $a/b=1$ 、 $\psi=0$ 、端辺が固定支持、式(11)の初期たわみの場合の結果を示す。

V_m とパネル中央点のたわみ $(w_0 + w)/t$ との関係を図-3、4に示す。 ω が大きくなるとたわみの増加方向が逆転する。この限界値を調べると、図-4のように、 $a/b=1$ の場合でパネル中央点のライズの約1.2倍になる。

V_m とパネル中央点の内周方向膜応力 $\bar{\sigma}_y^m (= \frac{b^2 t}{\pi^2 D} \sigma_y^m)$ との関係を図-5に示す。 ω が限界値に近いほど $\bar{\sigma}_y^m$ は大きく、 V_m と $\bar{\sigma}_y^m$ が線形関係である荷重の範囲が大きくなる。

図-6に V_m とパネル中央横断面の有効幅 b_e/b との関係を示す。 b_e/b は ω が限界値に近いほど大きく、隔れるほど小さくなる。

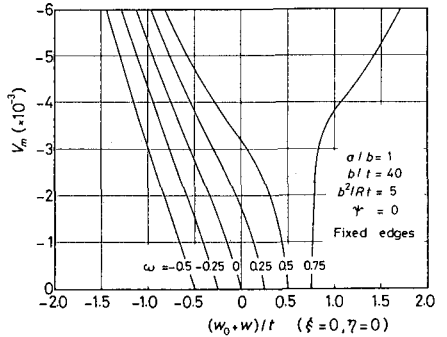


図-3

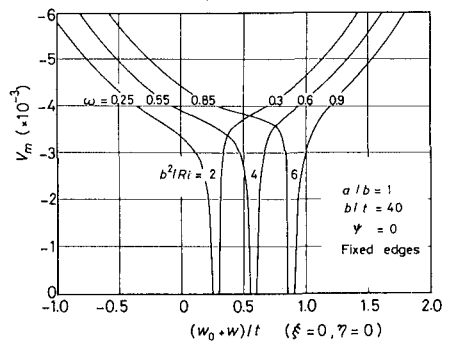


図-4

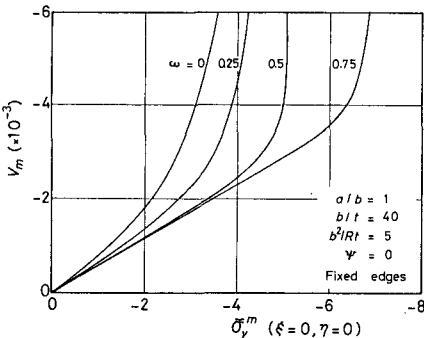


図-5

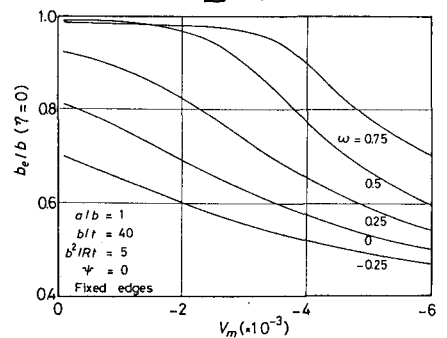


図-6

1) Donnell, L.H., ASME Transactions, 56(1934), 795-806. 2) Donnell, L.H. & Wan, C.C. Jour. of Applied Mechanics, 17(1950)- 73-83. 3) Turula, P. & Chu, K.H., Proc. of ASCE, 96(1970), EM6, 1125-1142. 4) Mikami, I. & Yonezawa, H. Theoretical and Applied Mechanics, 25(1977), 567-575. 5) Washizu, K. : Variational Methods in Elasticity and Plasticity, 2nd ed., Pergamon Press(1975).