

関西大学 工学部

正会員 三 上 市 蔵

(株)八雲建設コンサルタント 正会員 〇原 田 道 弘

1. まえがき 長大橋の部材構成要素の中で、アーチ部材の補剛フランジ部や縦断勾配またはテーパを有する箱桁の補剛フランジ部などはその面外に曲率を有し、円筒パネルとみなすことができる。この円筒パネルは面内荷重を受けるという特徴があり、補剛材を有する円筒パネルまたは直交異方性円筒パネルとして、厳密には非線形円筒シェル理論を適用し、曲率の影響を考慮に入れた解析を行う必要がある。非線形シェル理論を用いた研究としては、Witmer¹⁾, Tennyson²⁾, Kempner³⁾らの研究があげられる。それらは面外荷重を受ける場合を対象として、簡略化された非線形理論を用いて解析しており、円周方向に面内荷重を受ける直交異方性円筒パネルの厳密な非線形解析は行われていないようである。直交異方性円筒パネルが円周方向面内荷重を受けることを考え合わせると、非線形シェル理論を用いた有限変位解析が望まれる。本報告では、側辺が弾性固定・支持および面内法線方向に弾性拘束され、端辺が固定支持または単純支持された直交異方性円筒パネルが円周方向に面内圧縮または引張を受ける場合を対象とし、Washizu⁴⁾の薄いシェルに対する非線形理論を直交異方性シェルに拡張して解析を行い、種々のパラメータが非線形挙動に及ぼす影響を検討する。

2. 基礎方程式 図-1に示すような弧に沿った長さ a 、幅 b 、厚さ t 、曲率半径 R の直交異方性円筒パネルが円周方向に面内圧縮または引張を受ける場合を考える。座標軸を図-1のようにとり、断面力および変位の正の方向を図-2のように定義する。

(1) 中立面のひずみ-変位関係式

$$\epsilon_x = \epsilon_x + \frac{1}{2} \phi_x^2$$

$$\epsilon_y = \epsilon_y + \frac{1}{2} \phi_y^2$$

$$\epsilon_{xy} = \epsilon_{xy} + \frac{1}{2} \phi_x \phi_y$$

ただし、 $\epsilon_x = u_{,x}$, $\epsilon_y = v_{,y} - \frac{w}{R}$, $\epsilon_{xy} = \frac{1}{2} (u_{,y} + v_{,x})$

$$\phi_x = w_{,x}, \quad \phi_y = w_{,y} + \frac{v}{R}, \quad \phi_z = \frac{1}{2} (v_{,x} - u_{,y})$$

である。

(2) 曲率・ねじりの変化量-変位関係式

$$\kappa_x = \phi_{x,x}$$

$$\kappa_y = \phi_{y,y}$$

$$\kappa_{xy} = \frac{1}{2} [\phi_{x,y} + \phi_{y,x} + \frac{1}{R} (\epsilon_{xy} + \phi_z)]$$

(3) 断面力

$$N_x = B_x e_x + B_1 e_y$$

$$N_y = B_1 e_x + B_y e_y$$

$$N_{xy} = N_{yx} = 2B_{xy} e_{xy}$$

$$M_x = -(D_x \kappa_x + D_1 \kappa_y)$$

$$M_y = -(D_1 \kappa_x + D_y \kappa_y)$$

$$M_{xy} = M_{yx} = -2D_{xy} \kappa_{xy}$$

ここに、 B_x, B_y は母線方向および円周方向伸び剛さ、 B_{xy}

はせん断剛さ、 $B_1 = \frac{1}{2} B_y = \frac{1}{2} B_x$, $\frac{1}{2} B_x, \frac{1}{2} B_y$ は母線方向および円周方向のポアソン比、 D_x, D_y は母線方向および円周方向曲げ剛さ、 D_{xy} はねじり剛さ、 $D_1 = \frac{1}{2} D_y = \frac{1}{2} D_x$ である。

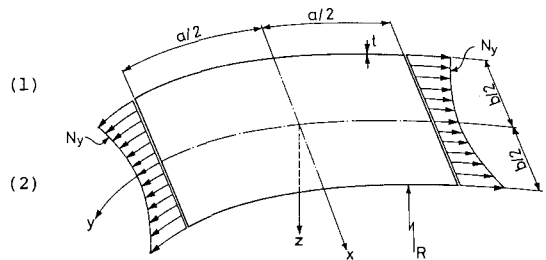


図-1

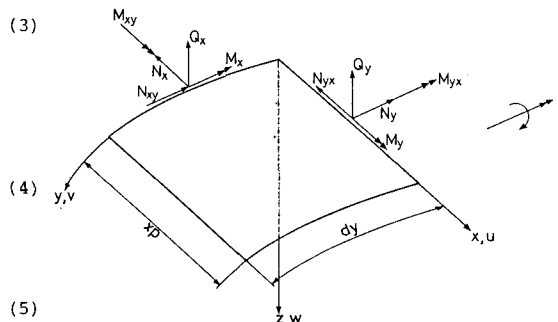


図-2

(4) つり合い式

$$\begin{aligned} N_{x,x} + N_{y,y} &= 0 \\ N_{y,y} + N_{x,x} - \frac{1}{R} (M_{y,y} + 2M_{xy,x}) - \frac{1}{R} (N_{yx}\phi_x + N_{y\phi_y}) &= 0 \\ M_{x,xx} + 2M_{xy,xy} + M_{y,yy} + N_{x\phi_x} + N_{xy\phi_y} + N_{y\phi_y} + N_{yx}\phi_x + N_{y\phi_y} + \frac{1}{R} N_y &= 0 \end{aligned}$$

3. 境界条件式

$$\begin{aligned} x=b/2 : N_x &= -K_i u, N_{xy}=0, w=0, M_x = K_r w, x \\ y=a/2 : v &= v_m, N_{xy}=0, w=0, w_y=0 \text{ (or } M_y=0 \text{)} \\ x=0 : u(x) &= -u(-x), v(x) = v(-x), w(x) = w(-x) \\ y=0 : u(y) &= u(-y), v(y) = -v(-y), w(y) = w(-y) \end{aligned}$$

ここに、 K_i, K_r は側辺の面内変位に対する弾性拘束係数、回転に対する弾性拘束係数であり、 v_m は端辺に与える円周方向強制変位で、 $v_m > 0$ の場合引張荷重、 $v_m < 0$ の場合圧縮荷重が作用することになる。

4. 数値計算例 パラメータとして縦横比 a/b 、幅厚比 b/t 、曲率パラメータ b^2/Rt 、側辺の面内拘束係数 $\psi_i = bK_i/B$ 、側辺の回転拘束係数 $\psi_r = bK_r/D$ 、伸び剛さ B_y/B_x 、曲げ剛さ D_y/D_x 、荷重 $2v_m/a$ を用いる。ただし、 B, D はパネルの伸び剛さおよび曲げ剛さである。対称性により $1/4$ 領域を対象とし、差分法を用いて解析した。以下に、 $a/b=1$ 、 $\psi_i=0$ 、 $\psi_r=0$ 、 $B_y/B_x=1$ 、端辺が固定支持、圧縮荷重の場合の結果の一例を示す。 $y=0$ 断面における円周方向膜力の平均値 N_m を荷重パラメータとする。ただし、 N_m は数値積分により求められる。

v_m と、それによって生じる荷重 N_m との関係を調べると図-3のようになる。非線形性の現われ始める $2v_m/a$ は、 D_y/D_x が増すと増大し、 b^2/Rt が増すと減少する。 N_m と $2v_m/a$ が非線形関係である範囲では、線形関係の範囲より N_m の増加の割合は小さい。

荷重 N_m とパネル中央点のたわみ w/t との関係を示すと図-4のようになる。 D_y/D_x が増すと同一のたわみを生じるに必要な荷重が増大し、 $D_y/D_x=50$ の場合と比べて、 $D_y/D_x=100$ では約2倍、 $D_y/D_x=200$ では約4倍の荷重が必要となる。 b^2/Rt が大きくなるとたわみは大きくなり、単調な荷重-たわみ曲線となるが、 D_y/D_x が変化しても荷重-たわみ曲線の形状はほぼ同じである。

荷重 N_m とパネル中央横断面 ($y=0$) の有効幅 b'/b との関係式を示すと図-5のようになる。ここで、 $b'/b = N_m/N_y$ ($x=b/2$) である。荷重が増すと有効幅は減少する。 b^2/Rt が増すと、低い荷重で有効幅はかなり減少する。

1) Wu, R.W.H. & Witmer, E.A., AIAA Journal, 13(1975), No.9, 1171-1178. 2) Booton, M. & Tennyson, R.C., AIAA Journal, 17(1979), No.3, 278-287. 3) Volpe, V., Chen, Y.N. & Kempner, J., AIAA Journal, 18(1980), No.5, 571-580. 4) Washizu, K.: Variational Methods in Elasticity and Plasticity, 2nd ed., Pergamon Press, 1975.

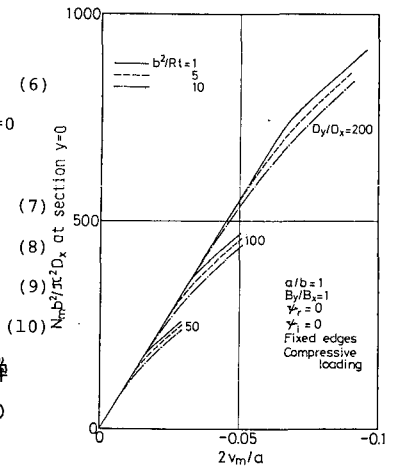


図-3

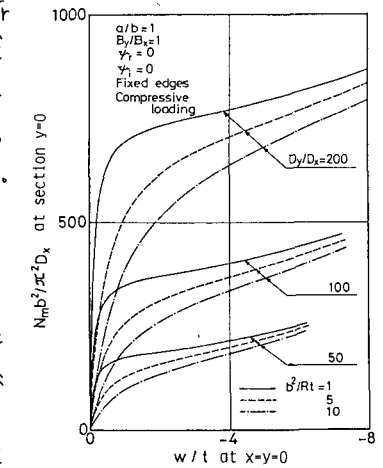


図-4

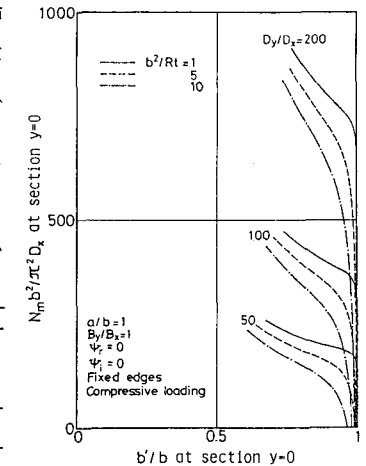


図-5