

近畿大学大学院 学生員 山口史夫  
 近畿大学理学部 正員 谷平 効  
 明石工業高専 正員 高端宏直

### 1. まえがき

半無限弾性体と構造物との相互作用に関する問題は、数多くの興味深い問題を含んでいる。従来、この種のモデルでは、接合面で垂直反力だけを考える場合がほとんどであった。<sup>1)</sup>コンクリートと鋼構造との合成構造、特にその接着に関して解析しようとすると、合成作用に大きく関係する接合面に平行な力（付着力）を取り入れて、より厳密に解析する必要がある。著者らは、すでに、半無限弾性体とはりのInteractionについて報告した。<sup>2)</sup>

ここでは、マッシブなコンクリートに接着された平板の接着特性を解析することを想定する。モデルとしては半無限弾性体表面に接着された平板を考え、平板の下面の変位と半無限弾性体表面の変位は連続していると考える。

本報告は、このような観点から、半無限弾性体表面に接着された平板を付着力を考慮し解析したものである。また解析方法は、平板理論、シャイバ理論とBoussinesq, Cerruti解を結合し、差分法を用いた。数値計算例では、はじめにはりの結果と剛体平板の場合の結果を参考までにのべて、ついで主題の平板についてのべる。

### 2. 解法の概要

図-1(a)に示すように、半無限弾性体(弾性係数 $E_c$ , ポアソン比 $\nu_c$ )表面に、4辺自由な正方形板(弾性係数 $E_b$ , ポアソン比 $\nu_b$ , 半辺長 $d$ , 厚さ $h$ )が接着されている。外力は、鉛直力 $t_x$ と $x$ ,  $y$ 各方向に水平力 $t_x$ ,  $t_y$ が作用している。半無限弾性体と平板の接合面には、接合面に対し垂直な力 $s_x$ と $x$ ,  $y$ 各方向に平行な力 $s_x$ ,  $s_y$ が作用するものとする。この時平板は、外力の $t_x$ ,  $t_y$ と不静定力の $s_x$ ,  $s_y$ が平面応力問題のボディーホースとして作用し、 $x$ ,  $y$ 各方向に変位する。それと同時に、板厚の $1/2$ の偏心による分布の曲げモーメントが生じ、これを平板の曲げ作用の荷重として考える必要がある。

以上の考え方により、平面応力問題から求まる $x$ ,  $y$ 各方向の水平変位 $u_1$ ,  $v_1$ と平板の曲げ問題から求まる鉛直変位 $u_2$ および $x$ ,  $y$ 方向の水平変位 $u_2$ ,  $v_2$ を加算して平板の変位とする。不静定力 $s_x$ ,  $s_y$ による半無限弾性体表面の各方向の変位は、Boussinesq解とCerruti解を積分したもので与えられる。これらの変位を用いて連続条件を適用すれば、一種の弾性方程式が得られる。この時の不静定力 $s_x$ ,  $s_y$ は、Boussinesq解, Cerruti解を矩形積分したもので、平板と半無限弾性体との接触応力で示される(図-1(b))。

図-2に示される板の曲げ、および、シャイバ作用のつりあいを考える。まず応力関数中を導入し、面内応力を次のように定義する。<sup>3)</sup>

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{1}{h} \left\{ \int s_x dx - \int t_x dx \right\}, \quad \sigma_y = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{1}{h} \left\{ \int s_y dy - \int t_y dy \right\} \quad (1)$$

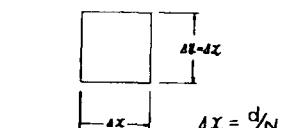
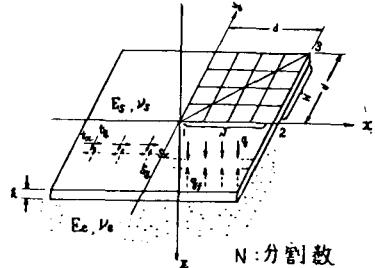


図-1(a) 平板と弾性体の諸元

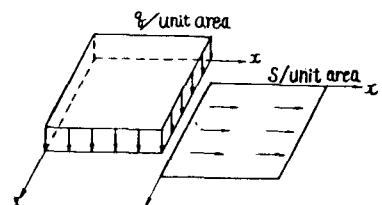


図-1(b)

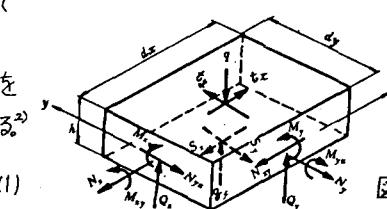


図-2

$$\tau_{xy} = -\frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y}$$

一方、曲げモーメント、ひずみは次式で示される。

$$M_x = -D \left( \frac{\partial^3 W}{\partial x^2} + L_s \frac{\partial^3 W}{\partial y^2} \right), M_y = -D \left( \frac{\partial^3 W}{\partial y^2} + L_s \frac{\partial^3 W}{\partial x^2} \right) \quad (2)$$

$$M_{xy} = D(1 - L_s) \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y}$$

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E_s} (\sigma_x - L_s \sigma_y), \varepsilon_y = \frac{1}{E_s} (\sigma_y - L_s \sigma_x) \quad (3)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{1}{G} \tau_{xy}, G = \frac{E_s}{2(1+L_s)}$$

ただし、 $D$ は板の曲げ剛度、 $G$ はせん断弾性係数である。静定力  $\theta_f$ 、 $S_x$ 、 $S_y$ による $x$ 方向の変位と影響係数マトリクスである。

また、せん断力は次式で示される。

$$Q_x = -D \left( \frac{\partial^3 W}{\partial x^3} + \frac{\partial^3 W}{\partial x^2 \partial y} \right) - \frac{h}{2} (t_x + S_x) \quad (4)$$

$$Q_y = -D \left( \frac{\partial^3 W}{\partial y^3} + \frac{\partial^3 W}{\partial x^2 \partial y} \right) - \frac{h}{2} (t_y + S_y)$$

平板の曲げ、平面応力状態の基礎式は次式で示される。

$$D(\Delta W) = q - q_f - \frac{h}{2} \left( \frac{\partial}{\partial x} (t_x + S_x) + \frac{\partial}{\partial y} (t_y + S_y) \right) \quad (5)$$

$$h(\Delta \phi) = L_s \left( \frac{\partial}{\partial x} (S_x - t_x) + \frac{\partial}{\partial y} (S_y - t_y) \right)$$

$$-\frac{\partial^2}{\partial y^2} \left( \int S_x dx - \int t_x dx \right) - \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( \int S_y dy - \int t_y dy \right) \quad (6)$$

ただし、 $\Delta$ はラプラス演算子である。

次に、平板の下面の任意点での $x$ 、 $y$ 方向の変位は、

$$U = \int \varepsilon_x dx - \frac{h}{2} \theta_x + U_0, V = \int \varepsilon_y dy - \frac{h}{2} \theta_y + V_0 \quad (7)$$

ここで、 $\theta_x, \theta_y$ は $x, y$ 方向のたわみ角、 $U_0, V_0$ は平板の剛体変位である。

弾性体表面の鉛直変位 $w$ は次式で示される。

$$w = w_f + w_{sx} + w_{sy} \quad (8)$$

$$w_f = \alpha \cdot [F_{gx}] \cdot \theta_f$$

#### 参考文献

1)倉田高橋・谷平:第27回土木学会年次講演会講演概要,I-125,1972.

2)岡村吉田・島田道藤:土木学会論文報告集, No.190, 1971.

3)倉田高橋:近畿大学理工学部研究報告, 第12号.

4)谷平・高橋:昭和55年度土木学会関西支部講演概要,I-4, 1980.

5)谷平・掠野・山口:昭和57年度," ", I-10, 1982.

$$w_{sx} = \alpha \cdot [F_{sxz}] \cdot s_x, \alpha = \frac{1}{16\pi(1-L_s)G}$$

ここで、 $w_f, w_{sx}, w_{sy}$ は、それぞれ、不静定力  $\theta_f$ 、 $s_x, s_y$ による鉛直変位、 $F_{gx}, F_{sxz}, F_{syz}$ は影響係数マトリクスである。

弾性体表面の $x, y$ 方向の水平変位 $u, v$ はそれぞれ次式で示される。

$$u = u_f + u_{sx} + u_{sy} \quad (9)$$

$$u_f = \alpha \cdot [F_{gxz}] \cdot \theta_f, u_{sx} = \alpha \cdot [F_{sxz}] \cdot s_x$$

$$u_{sy} = \alpha \cdot [F_{syz}] \cdot s_y$$

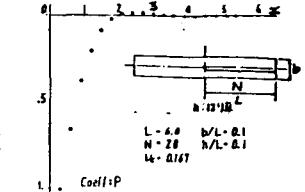
ここで、 $u_f, u_{sx}, u_{sy}$ と $F_{gxz}, F_{sxz}, F_{syz}$ は、それぞれ不静定力  $\theta_f, s_x, s_y$ による $x$ 方向の変位と影響係数マトリクスである。

$$v = v_f + v_{sx} + v_{sy} \quad (10)$$

$$v_f = \alpha \cdot [F_{gyz}] \cdot \theta_f, v_{sx} = \alpha \cdot [F_{syz}] \cdot s_x$$

$$v_{sy} = \alpha \cdot [F_{syg}] \cdot s_y$$

ここで、 $v_f, v_{sx}, v_{sy}$ と $F_{gyz}, F_{syz}, F_{syg}$ は、それぞれ不静定力  $\theta_f, s_x, s_y$ による $y$ 方向の変位と影響係数マトリクスである。



中央集中荷重載荷の場合

(a) 鉛直反力

(b) せん断力

