

九州大学工学部 正会員 今井富士夫

九州大学工学部 学生員 森 望

九州大学工学部 正会員 太田 俊昭

1. まえがき

曲線桁の塑性解析に関する研究は、終局状態のみに着目した極限解析法¹⁾に基づくものや、弾性状態から終局状態までも対象とした変位法による研究など数多くある。しかしながら、既往の研究では、曲げねじりを考慮したものは少なく、著者の知る限り、YooとHeinsの有限差分法による曲げねじりを考慮した研究²⁾が見受けられるに過ぎない。この解法では、塑性ヒンジ発生毎に境界条件を変化させ差分方程式を解く必要があり、演算過程が機械的でない難点を有している。そこで、本報告では、曲げねじりを考慮でき、かつ、平易で機械的に解析しうる曲線桁の塑性解析法を提案するものである。なお、本法の妥当性を検討するために、モデル実験も行っており、その結果についても報告する。

2. 解析理論

本法では、解析を簡単にするため、曲線桁を多角形で近似することにした³⁾。即ち、直線部材①のたわみ曲線、および、ねじり角に対する微分方程式は、それぞれ、次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} EI \frac{d^4 u}{dx^4} &= q(x) \\ EC_w \frac{d^4 \theta^z}{dx^4} - GJ \frac{d^4 \theta^z}{dx^4} &= q^z(x) \end{aligned} \right\} (1)$$

ここに、 EI ：曲げ剛性、 GJ ：ねじり剛性、 EC_w ：曲げねじり剛性、 u ：たわみ、 θ^z ：ねじり角、 $q(x)$ 、 $q^z(x)$ ：外力

また、断面力と変形量の関係式は

$$\left. \begin{aligned} M &= -EI \frac{d^2 u}{dx^2}, T = GJ \frac{d\theta^z}{dx} - EC_w \frac{d^2 \theta^z}{dx^2} \\ M_w &= -EC_w \frac{d^2 \theta^z}{dx^2} \end{aligned} \right\} (2)$$

ここに、 M ：曲げモーメント、 T ：ねじりモーメント、

M_w ：曲げねじりモーメント、なお、断面力は矢印の方向を正とし、変形は断面力に対応するものとする。

さて、部材間には、外力が作用しないものとして式(1)の解を一般的に求め、これに境界条件を導入する。次いで、材端の変形成分を $\tau_{ij}^m = \theta_{ij}^m + u_i/l - u_j/l$ 、 $\tau_{ij}^z = \theta_{ij}^z$ 、 $\tau_{ij}^w = \phi_{ij}^z l$ とし、式(2)の断面力との対応を考えれば、次式をえる。

$$\dot{M}_i = l_i \dot{\tau} \quad (3)$$

ここに、 $\dot{M}_i = \{\dot{M}_{i0} \dot{M}_{i1} \cdots \dot{M}_{in}\}^T$ 、 $\dot{\tau} = \{\dot{\tau}_0 \dot{\tau}_1 \cdots \dot{\tau}_n\}^T$ 、 $\dot{M}_{i0} = \{\dot{M}_{ij} \dot{M}_{ji}\}^T$ 、 $\dot{\tau}_0 = \{\dot{\tau}_{ij} \dot{\tau}_{ji}\}^T$ 、 $\dot{M}_{ij} = \{\dot{M}_{ij} \dot{T}_{ij} \dot{M}_{wj}/l\}^T$ 、 $\dot{\tau}_{ij} = \{\dot{\tau}_{ij}^m \dot{\tau}_{ij}^z \dot{\tau}_{ij}^w\}^T$ 、 θ_{ij}^m ：点*i*のたわみ角、 ϕ_{ij}^z ：点*i*のねじり率、 l_i ：剛性行列

降伏関数 Φ は、曲げモーメントとねじりモーメントの組み合わせを考え、曲げねじりモーメントを無視すると、

$$\Phi = (M_o/M_p)^2 + (T_o/T_p)^2 - 1 \quad (4)$$

ここに、 M_o 、 T_o は、曲線桁の法線方向および接線方向のモーメントを表し、添字Pは完全塑性モーメントを表す。

塑性流れ理論より、式(4)を用いて、塑性変形増分 $\dot{\Phi}^P$ および降伏条件式が定まる。

$$\dot{\Phi}^P = A_p \dot{\lambda} \quad (5) \quad 0 = A_p^T \dot{M}_i \quad (6)$$

ここに、 $A_{pi} = \{\partial \Phi / \partial M_{oi} \beta_i \quad \partial \Phi / \partial T_{oi} \beta_i \quad 0\}^T$ 、 $\dot{\lambda}_i$ ：正の定数、 $\dot{M}_i = B \dot{M}$ 、 B は座標変換行列、ここで

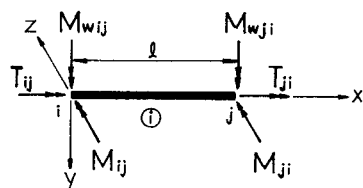


図 - 1

β_i は、塑性ヒンジ発生時には $\beta_i = 1$ 、弾性・除荷時には $\beta_i = 0$ となる塑性判別パラメータであり、これを導入することで、塑性ヒンジ発生の如何を問わず、演算過程における行列の次数は固定化できる。

一方、変形の適合条件式は、式(5)の塑性変形増分を用いて、

$$\bar{u} = A_e \dot{u} - B^T \dot{\theta}^p \quad (7)$$

ここに、 A_e ：係数行列

また、力のつり合い式は、式(7)の A_e を用いて、反傾関係より、

$$\dot{P} = A_e^T \dot{M} \quad (8)$$

ここに、 $\dot{P}$ ：節点外力増分

以上の式(3)~(8)により、曲線桁の型解析が可能となる。

3. 実験概要

模型実験の供試体としては、表-1に示すような断面諸元、および、材料特性を有するH形断面の円弧桁を作成した。なお、材料特性において、 σ_y 、 E は引張試験によりえたものを表中に記したが、せん断弾性係数 G および降伏せん断応力 τ_y については、それぞれ、 $G = E/2(1+\nu)$ 、 $\nu = 0.3$ 、およびMisesの降伏条件より、 $\tau_y = \sigma_y/\sqrt{3}$ によって求めた。また、供試体の製作については、溶接による残留応力を除去するために、600℃の炉中焼鈍を行った。

実験は、円弧桁の両端を固定し、スパン中央に油圧ジャッキによって鉛直荷重を載荷した(詳細は文献2)参照)。実験の全景は写真-1である。

4. 実験値と理論値の比較および考察

本例題における崩壊形式は、実験および理論解ともに、図-2に示すような4-plastic hinge崩壊を呈し、その塑性ヒンジ発生箇所も理論と実験とではほぼ一致した。

図-3は、本例題に関する荷重と中央点たわみの関係を図示したものである。実験は、2体の供試体について行い、その結果を図中の○と△で示している。また、図中の実線は、本理論による解であり、解析には16分割の内接折れ直線法を用いた。一点鎖線は、曲げねじりを無視した解析法³⁾による解である。

図-3より、本理論解は、実験と比較して弾性時および終局時によく一致していることが判る。一方、曲げねじりを無視した解は、終局状態に至るまでは特に変形に大きな差が生じているが、終局時にはよく一致している。

本報告では、崩壊形式の1形態について実験と理論値を比較した。今後、種々の崩壊形式を示す曲線桁に対する本理論の適応性について検討する必要があると思われる。

〈参考文献〉

- 1) Jackson, N.; Proc. ASCE, ST5(1966) など、
- 2) Imai, F. and Ohta, T.; 30th Japan Natl. Congr. Appl. Mech. (1980),
- 3) Yoo, C.H. and Heins, C.P.; Proc. ASCE, ST4(1972),
- 4) 鷹羽, 成周; 土論, 第178(1970)

表-1

断面諸元(cm)			半径 (cm)	中心角
幅B	高さH	肉厚t		
3.91	3.89	0.445	80.0	120°
材 料 特 性 (kg/cm ²)				
降伏応力 σ_y			ヤング率E	
3770			2.013×10 ⁶	

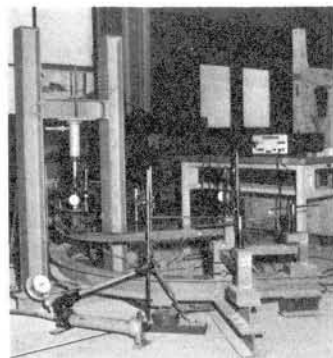


写真-1

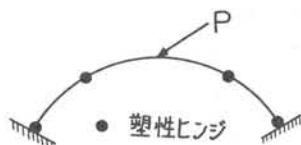


図-2

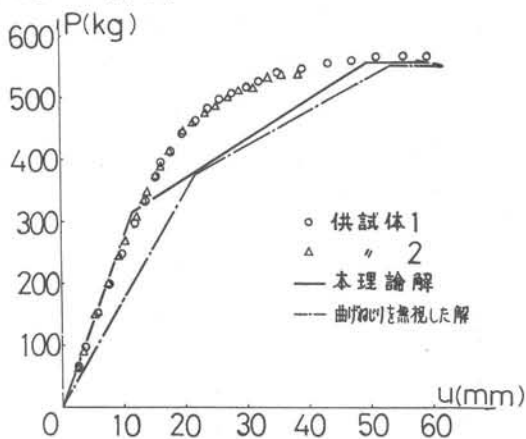


図-3