

徳島大学工学部

正会員 ○成 行 義 文

徳島大学工業短期大学部

正会員 平 尾 潔

徳島大学工学部

正会員 児 嶋 弘 行

五洋建設

浜 崎 勝 利

1. まえがき 著者らは、前報において、等価曲率という概念を用い、部材と分割しないで塑性域の振がり（非弾性断面における非線形なM-φ関係）が考慮できる平面骨組の一近似的弾塑性解析法を提案した。この解析法によれば、部材の非弾性部分と適当な部材要素に分割して、その分割要素を一つの部材と考える従来の解析法に比べ、計算機の記憶容量および演算時間等がかなり有利となった。しかし、この方法では、部材の弾性部分と非弾性部分で異なったM-φ関係を用いているため、幾何的非線形性を考慮した場合の部材力に対する基本式の誘導が非常に複雑となり、より厳密な複合非線形解析への拡張が困難となる。そこで、本報では、このような欠点を是正するため、前報と同様な等価曲率の概念を用いて部材全体のM-φ関係を一つの直線式で近似することにより、幾何的非線形性を考慮し得る一弾塑性解析法について研究し、2・3の解析結果をもとに、その精度ならびに演算時間等について若干の比較検討を試みた。なお、本解析では、曲げと軸力、および、曲げとせん断力との降伏相関関係は無視しており、また、材料のσ-ε関係は完全弾塑性型とし、ひずみ硬化ならびに残留応力の影響は考慮していない。

2. 等価曲率 図-1に示すような部材iの任意点jにおける曲率φ_jと、式(1)のように、その点の曲げモーメントM_jの一次式として、係数α, βを用いて表わす。

$$\phi_j = \frac{1}{EI} (\alpha + \beta M_j) \quad (1)$$

$\alpha = EI(\phi'_i M_i - \phi'_i M_i)/(M_i - M_i)$, $\beta = EI(\phi'_j - \phi'_i)/(M_j - M_i)$
係数α, βに含まれる等価曲率φ'_i, φ'_jは、理論M-φ関係より求めた部材全体の補正エネルギーとU_c, 式(1)の近似関係より求めたそれとU_cとして、a)材端のたわみδ = ∂U_c/∂Q = ∂U_c/∂Q, b)材端のたわみ角θ = ∂U_c/∂M = ∂U_c/∂M の条件より決定する。

3. 変形法の基本式（部材力式） 図-2に示すように、部材力と $\mathbf{S} = \{N, M_i, M_j\}^T$, 部材変形と $\mathbf{U} = \{u, \tau_i, \tau_j\}^T$ とすれば、梁-柱理論に基づくこれらの関係は、つぎのようにして得られる。すなわち、軸方向力Nと軸方向変形uとの関係は、湾曲による軸方向変形U_b（∵ U_b = u - U_N; U_Nは、軸方向力Nによる軸方向変形）を考慮して、 $U_N = \int_0^L \epsilon_0 dz$ と求めることにより、また、曲げモーメントMと接線回転角τとの関係は、軸力による曲げの影響（ $M_j = M_i + (M_j - M_i) \cdot z/l + N \cdot \tau_j$ ）を考慮して、曲げに関する微分方程式 $\tau_j = (-\phi_j) = -\frac{1}{EI}(\alpha + \beta M_j)$ と各材端における境界条件（ $\tau_{j=0} = \tau_{j=l} = 0$, $\tau_{j=0} = \tau_i$, $\tau_{j=l} = -\tau_j$ ）を考慮して解くことにより、それぞれ求まり、それらとまとめて行列表示すれば、表-1のようである。また、表-1中のb_iおよびc_i（i=1, 2）は、湾曲関数（bowing function）および安定関数（stability function）とよばれるもので、表-2に示すようである。以下、部材座標系に対する変換行列B, 座標変換行列Rを用いて、基準座標系に対する基本式が周知の方法で求まる。

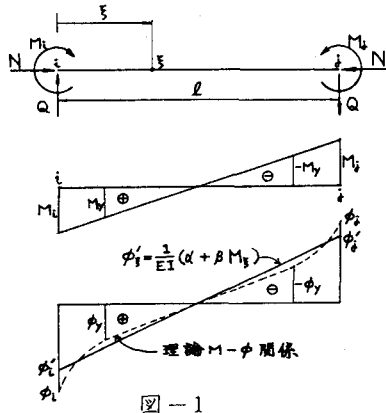


図-1

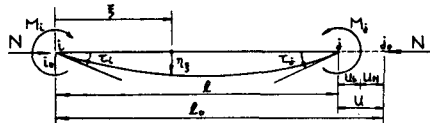


図-2

4. 計算例 詳細については、講演会当日のO.H.P.を用いて説明することとし、ここでは、図-3、4にその一部を紹介しておく。図-3は、H形断面からなる片持梁が自由端に集中荷重Pをうけた場合を対象として、その $P-\delta$ 曲線をもとに理論解Exact²⁾に対する本解析法case Aと既往の分割法case Bの精度、ならびに、両caseの演算時間の比較を行なったものである。ただし、case Aにおけるa~cは、図に示すような荷重増分dPの違いを表わし、a'~c'は、これらの荷重増分に対して非線形要素の修正を3回づつ行なった場合を表わす。さらに、case Bの場合の(1)~(3)は、図のような部材分割方法の相違を表わす。また、 $P-\delta$ 曲線が上下2グループに分かれているが、それぞれ、上のグループが幾何的非線形性を無視した場合(線形)、下のグループが考慮した場合(非線形)の結果を表わす。図-4は、同様に、矩形断面からなり、柱頭に水平荷重Pをうける門形ラーメンを対象として、その $P-\delta$ 曲線をもとに、本解析法(case A)と分割法(case B)の精度ならびに演算時間の比較を行なったものであるが、図-3と同じ傾向を示している。

$$S^* = k^* \cdot U^* + C^*$$

剛性行列	k^*	荷重項 C^*	U_b
$\frac{EA}{L_0}$	0	0	$-\frac{EA}{L_0} U_0$
0	$\frac{EIC_1}{\beta L}$	$-\frac{EIC_2}{\beta L}$	$-\frac{\alpha}{\beta}$
0	$-\frac{EIC_3}{\beta L}$	$\frac{EIC_1}{\beta L}$	$-\frac{\alpha}{\beta}$
			$b_1(\tau_i - \tau_j)^2$
			+
			$b_2(\tau_i + \tau_j)^2$

表-1

安定 関 数	$N > 0$	$C_1 = \frac{P(\sin P - P \cos P)}{2(1 - \cos P) - P \sin P}, C_2 = \frac{P(P - \sin P)}{2(1 - \cos P) - P \sin P}$
	$N < 0$	$C_1 = \frac{P(\sinh P - P \cosh P)}{2(\cosh P - 1) - P \sinh P}, C_2 = \frac{P(P - \sinh P)}{2(\cosh P - 1) - P \sinh P}$
	$N = 0$	$C_1 = 4, C_2 = 2$
		$C_3 = C_1 + C_2$
湾 曲 関 数	$N \neq 0$	$b_1 = \frac{L}{8P^2} C_3 (C_2 - 2), b_2 = \frac{L C_3}{8 C_2}$
	$N = 0$	$b_1 = \frac{L}{40}, b_2 = \frac{L}{24}$

ここで、 $P = \lambda L, \lambda = \left(\frac{8|N|}{EI} \right)^{\frac{1}{2}}$

表-2

5. むすび 本法による結果と分割法による結果とを比較してみると、演算時間の面でもかなり、本法の方が良好な結果を示している。また、本法による結果と前報の文献¹⁾による結果とを比較した場合、精度・演算時間ともほとんど差がないが、基本式の形が簡単で、その中に幾何的非線形性と比較的容易に考慮し得る本法の方が、より厳密な複合非線形解析を行なうためには、適しているものと思われる。

参考文献

- 1) 平尾・児嶋・成行：等価曲率を用いた平面骨組の弾塑性解析に関する基礎的研究，土木学会第36回年次学術講演会講演要集I-44，1981年10月。
- 2) 平尾・児嶋・成行：鋼構造平面骨組の一複合非線形解析，徳島大学工学部研究報告才27号，1982年3月。
- 3) 山崎・太田・石川：補正エネルギー法による直線材構造物の弾塑性解析，土木学会論文集，才134号，1966年10月。

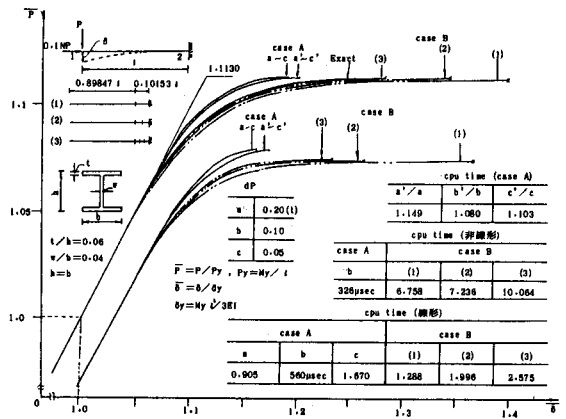


図-3

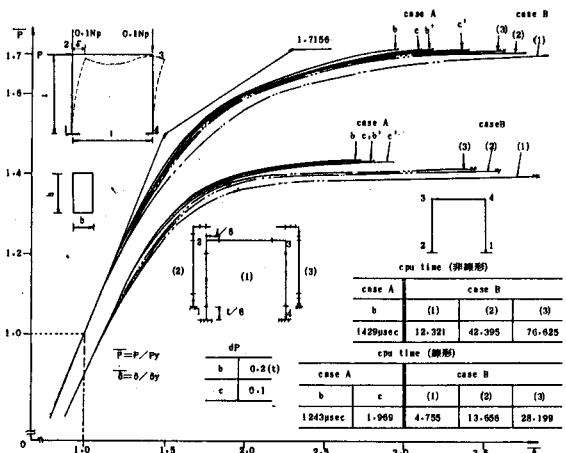


図-4