

関西大学工学部 正会 桑 三 上 市 蔵

1. まえがき Dynamic Relaxation 法 (DRM) は、潮流方程式を解く際に用いられる方法にヒントを得た Day¹⁾ によって示唆され、Otter²⁾³⁾ によって発展され、多くの問題に適用され、⁴⁾ 最近では実用されている。⁵⁾ この方法によれば、与えられた問題と等価な動的問題が差分法によって反復的に解かれる。反復法の Jacobi 法、Gauss-Seidel 法、SOR 法との比較²⁾⁶⁾⁷⁾ によれば、SOR 法の方が収束が早いだが、DRM は連立方程式の解自体を求める必要はなく、電算機のプログラムを組むのに適している。

一方、Digital Computer の発達が目覚ましく、優れたアプリケーション・ソフトウェアが生まれている。Analogue Computer が得意とする Simulation を Digital Computer で行うための Simulation 言語もその一つである。著者⁸⁾⁹⁾ は連続系 Simulation 言語 (CSL) の構造解析などへの適用について検討を行い、この言語の使用によって振動問題、熱伝導問題、密度流問題などを解析するためのプログラミングがきわめて容易になることを明らかにした。

DRM では減衰振動が解かれるから、この言語の適用によって解析が容易になることが予想される。ここでははりの微小変位解析、初期たわみを有する圧縮板の弾性有限変位解析などを行って、DRM への CSL の適用の有効性を検討する。

2. はりの解析 図-1 に示す一次不静定ばりを4分割して解く。
基本式は次のようになる。¹⁰⁾

$$-\partial^2 \bar{M} / \partial \bar{x}^2 + k \partial \bar{w} / \partial t + \bar{m} \partial^2 \bar{w} / \partial t^2 = \bar{q} \quad (1)$$

$$\dot{\bar{w}} = \partial \bar{w} / \partial t \quad (2)$$

$$\bar{M} = -\partial^2 \bar{w} / \partial \bar{x}^2 \quad (3)$$

ただし、 $\bar{x} = x/l$, $\bar{w} = (EI/q_0 l^4) w$, $\bar{q} = q/q_0$, $\bar{k} = (l^4/EI) k$, $\bar{m} = (l^4/EI) m$, $\bar{M} = M/q_0 l^2$, w はたわみ, M は曲げモーメント, EI は曲げ剛さ, k は減衰係数, m は質量である。以下では簡単のため上付き記号を省略する。

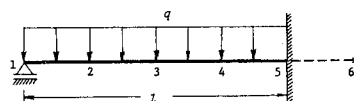


図-1

通常の DRM 基本式(1)~(3)を差分式に書きかえたと次のようになる。

$$\dot{w}_{i,s} = [(1 - 0.5 k \Delta t) \dot{w}_{i,s-1} + \Delta t \cdot q_i + (\Delta t / \Delta x^2) (M_{i-1} - 2M_i + M_{i+1})_{s-1/2}] / (1 + 0.5 k \Delta t) \quad (4)$$

$$w_{i,s+1/2} = w_{i,s+1/2} + \Delta t \dot{w}_{i,s} \quad (5)$$

$$M_{i,s+1/2} = -(\dot{w}_{i-1} - 2\dot{w}_i + \dot{w}_{i+1})_{s+1/2} / \Delta x^2 \quad (6)$$

ただし、 Δt は積分間隔, s は積分回数である。境界条件 $w_1 = w_5 = 0$, $(\partial w / \partial x)_5 = 0$, $M_1 = 0$ より $\dot{w}_1 = \dot{w}_5 = 0$, $w_6 = w_4$, $M_1 = 0$ となる。初期条件 $\dot{w}_i = \dot{w}_i = M_i = 0$ ($i = 1 \sim 5$) より式(4)を $i = 2 \sim 4$ に、式(5)を $i = 1 \sim 5$ に、式(6)を $i = 2 \sim 5$ に適用し、反復計算する。

CSL による DRM ここでは関西大学情報処理センターの FACOM M-160F を使用し、オペレーション・システム OS F4 のもとで ADSL/X を利用した。CSL の場合、時間に関して差分表示する必要はなく基本式(1), (3)を次のように差分表示する。

$$\dot{w}_i = q_i - k \dot{w}_i + (M_{i-1} - 2M_i + M_{i+1}) / \Delta x^2 \quad (i = 2 \sim 4) \quad (7)$$

$$M_i = -(\dot{w}_{i-1} - 2\dot{w}_i + \dot{w}_{i+1}) / \Delta x^2 \quad (i = 2 \sim 5) \quad (8)$$

ただし、 $m = 1$ とした。この場合のプログラムを図-2 に示す。

計算結果の比較 $k = 100$, $\Delta t = 0.02$, $q = 1$ に対する計算結果を表-1 に示す。通常の DRM と CSL を用いた DRM では初期の反復段階で解に若干の差があるが、ともに $s = 125$ で収束値の誤差 1% の範囲に入り、

$s = 300$ で収束値に達しており、収束値は等しい。収束値と解析解との差は差分近似の誤差である。

3. 圧縮板の弾性有限変位解析 図-3に示す等方性板の弾性有限変位解析を行う。初期たわみは

$$w_0 = w_{0,max} \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} \quad (9)$$

で、 $x = 0$, a の辺に一定変位を受けることによって圧縮荷重が作用する。

基本式は文献(1)に見られる。板を 14×14 分割し、CSLを用いてプログラミングし、Coan⁽¹²⁾が解いた場合($w_{0,max} = 0.1h$, $\nu = 0.316$, $a = b$)を計算した。板中央のたわみ w と載荷辺の平均圧縮力($\bar{N}_x$)_{mean}との関係を図-4に示す。ただし、 h = 板厚, $\bar{N}_x = N_x b^2/D$, D = 板の曲げ剛さ, ν = ポアソン比である。

表-1

Step	Time	w_3		M_5	
		DRM with CSL	Ordinary DRM	DRM with CSL	Ordinary DRM
0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
10	0.2	0.0019194	0.0020074	-0.038037	-0.039490
50	1.0	.0055210	.0055404	-.096635	-.096950
100	2.0	.0064065	.0064095	-.11099	-.11104
125	2.5	.0065053	.0065064	-.11259	-.11261
300	6.0	.0065695	.0065695	-.11363	-.11363
500	10.0	.0065695	.0065695	-.11364	-.11364
Exact		0.00520833		-0.12500	

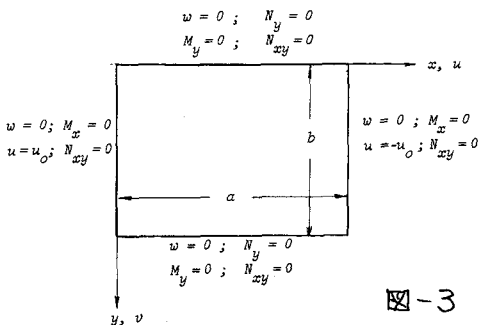


図-3

```

1 *****
2 * ANALYSIS OF A BEAM WITH FIXED AND SIMPLY SUPPORTED EDGES
3 * BY DYNAMIC RELAXATION METHOD
4 *****
5 TITLE BEAM (FX-SS)
6
7 FIXED 1
8 CONSTANT N= 4.0, Q=1.0, ...
9 K=100.0
10 TIMER FINITIM=80.00, DELT=0.02, ...
11 PRDEL=0.50
12
13 STORAGE M(5)
14 TABLE M(1-5)=5*0.0, C0(1-5)=5*0.0, C1(1-5)=5*0.0
15 METHOD RKSF
16 INITIAL
17 DX=1.0/N
18
19 * DYNAMIC
20
21 * PROCEDURE W2DOT=DOT(W, WDOT)
22 W2DOT(1)=0.0
23 DO 100 I=2,4
24 100 W2DOT(I)=W-WDOT(I)+(M(I-1)-2.0*M(I)+M(I+1))/DX**2
25 W2DOT(5)=0.0
26 ENDPROCEDURE
27
28 * PROCEDURE M=MO(W)
29 M(1)=0.0
30 DO 200 I=2,4
31 200 M(I)=-(W(I-1)-2.0*W(I)+W(I+1))/DX**2
32 M(5)=-2.0*W(4)/DX**2
33 ENDPROCEDURE
34
35 W =INTGRL(C0, WDOT,5)
36 WDOT=INTGRL(C1,W2DOT,5)
37
38 * PRINT WDOT(3), W(2-4), M(2-5)
39 END
40 STOP

```

図-2

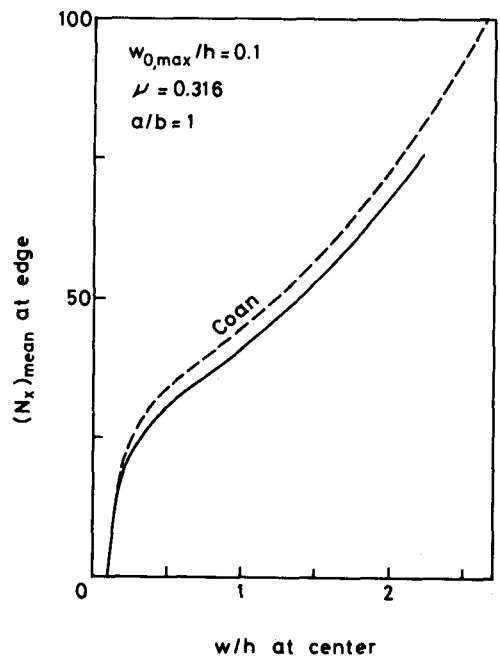


図-4

- 1) Day, A.S., Engineer, 219(1965), Jan., 218-221.
- 2) Otter, J.R.H., Nuclear Structural Engrg., 1(1965), No.1, 61-75.
- 3) Otter, J.R.H., Nuclear Engrg. & Design, 3(1966), No.1, 183-185.
- 4) 馬場・成昭, 土木学会誌, 58 (1973), No.9, 50-56.
- 5) 三上, 土木学会論文集 (1977), No.265, 147-150.
- 6) Otter, J.R.H., Cassell, A.C., & Hobbs, R.E., Proc. ICE, 35(1966), 633-656.
- 7) Wood, W.L., Engineer, 224(1967), Nov., 683-687.
- 8) 三上・中井, 土木学会論文支部年次学術講演会 (1979), 1-25.
- 9) 三上・西形・山崎, 工学と技術 (関西大学工学会誌), 7(1980), No. 2, 19-29.
- 10) Rushton, K.A., J. Strain Analysis, 3(1968), No.1, 23-32.
- 11) Rushton, K.R., Int. J. Mech. Sci., 12(1970), 1037-1051.
- 12) Coan, J.M., J. Appl. Mech., 18(1951), 143-151.