

(株)戸田建設 正員 神谷 章
 北海道大学工学部 正員 渡辺 昇
 北海道大学工学部 正員 林川 俊郎

1. まえがき

筆者らは、Bernoulli-Euler桁とした場合の多径間連続桁の固有振動解析を報告してきた。本研究では、せん断変形と回転慣性を考慮したTimoshenko桁として解析を行う。この種の問題に関しては、既に数多くの論文が発表されているが、ここでは連続桁の自由振動および強制振動について数値計算例を示し、せん断変形と回転慣性が振動性状にどのような影響を与えるかを示す。

2. 解析の概要

2-1 自由振動 動的応答を調べるためには、桁の固有円振動数とそれに対応する固有関数を求めなければならない。Timoshenko桁とした場合の連続桁の第*i*径間の固有関数は次に示すように、固有円振動数 ω と断面諸元の大小関係によって2通り存在する(更に桁が軸力を受ける場合は3通り)。

$$b^2 = \frac{1}{EA} m L^4 \omega^2, \quad r^2 = \frac{I}{AL^2}, \quad s^2 = \frac{EI}{kGAL^2}, \quad W = \frac{1}{2} b^2 (r^2 + s^2), \quad Z = \sqrt{1 + \frac{4(1-b^2 r^2 s^2)}{b^2 (r^2 + s^2)}}$$

とすれば、

$$0 < \omega < \sqrt{kGAg/\gamma I} \quad \text{の時、} \quad \mu = \sqrt{W(Z+1)}, \quad \nu = \sqrt{W(Z-1)} \quad \text{として、}$$

$$Y_i(x_i) = A_i \cos \mu_i \frac{x_i}{L_i} + B_i \sin \mu_i \frac{x_i}{L_i} + C_i \cosh \nu_i \frac{x_i}{L_i} + D_i \sinh \nu_i \frac{x_i}{L_i} \quad (1\cdot a)$$

$$\Psi_i(x_i) = A'_i \sin \mu_i \frac{x_i}{L_i} + B'_i \cos \mu_i \frac{x_i}{L_i} + C'_i \sinh \nu_i \frac{x_i}{L_i} + D'_i \cosh \nu_i \frac{x_i}{L_i} \quad (1\cdot b)$$

$$\omega > \sqrt{kGAg/\gamma I} \quad \text{の時、} \quad \mu = \sqrt{W(1+Z)}, \quad \nu = \sqrt{W(Z-1)} \quad \text{として、}$$

$$Y_i(x_i) = A_i \cos \mu_i \frac{x_i}{L_i} + B_i \sin \mu_i \frac{x_i}{L_i} + C_i \cos \nu_i \frac{x_i}{L_i} + D_i \sin \nu_i \frac{x_i}{L_i} \quad (2\cdot a)$$

$$\Psi_i(x_i) = A'_i \sin \mu_i \frac{x_i}{L_i} + B'_i \cos \mu_i \frac{x_i}{L_i} + C'_i \sin \nu_i \frac{x_i}{L_i} + D'_i \cos \nu_i \frac{x_i}{L_i} \quad (2\cdot b)$$

なお、曲げによるたわみ角の固有関数 $\Psi(x)$ の積分定数 $A' \sim D'$ は、 $\Psi(x)$ と鉛直たわみの固有関数 $Y(x)$ が、従属関係にあることより $Y(x)$ の積分定数 $A \sim D$ を用いて表わすことができる。

連続桁の固有関数を求める方法として、式(1)、(2)に示す固有関数を各径間ごとに適用し、両端および中間支持点の境界条件式に代入することによってマトリックス関係式を得る。これが、連続桁の振動数方程式となる。

2-2 強制振動 走行荷重による動的応答は Modal Analysis による。任意の着目径間を r 、任意の載荷径間を s とすると、連続桁の動的鉛直たわみ関数は式(3)で与えられる。

$$\eta(x_r, t_s) = \sum_{m=1}^{\infty} Y_{mr}(x_r) \{R_m(t_s) + S_m(t_s)\} \quad (3)$$

$$\text{ただし、} \quad R_m(t_s) = \int_0^{t_s} Q_m(t_s) Y_{mr}(v\tau) \sin \omega_m(t_s - \tau) d\tau / \omega_m$$

$$S_m(t_s) = q_{mr}(0) \cos \omega_m t_s + (\dot{q}_{mr}(0) \sin \omega_m t_s / \omega_m)$$

ここで、 $q_{mr}(0)$ 、 $\dot{q}_{mr}(0)$ は初期条件によって求められる積分定数である。なお、 $Q_m(t)$ は外力項であり一定の集中荷重 P が一定の速度 V で移動する時には次のようになる。

$$Q_m(t) = P \cdot Y_m(vt) / m \left(\sum_{i=1}^{\infty} \int_0^L (Y_m^2 + r_1^2 \Psi_m^2) dx \right), \quad r_1^2 = I/A$$

ここでは、動的鉛直たわみを扱ったが、動的たわみ角およびその一階微分を用いて表わされる動的曲げモーメントも同様にして導くことができる。

3. 数値計算例

せん断変形と回転慣性が連続桁の振動性状にどのような影響を及ぼすかについて調べる。連続桁は最も架設例の多い3径間連続桁とし、各径間とも等しい断面諸元を持つものを計算例とする。その数値計算結果を桁の細長比の逆数である $r = \sqrt{I/AL^2}$ と形状係数を含む $\pi = kG/E$ をパラメーターとして用いて整理する。

3-1 自由振動 図1,2は Timoshenko桁とした場合の固有円振動数 ω^* と Bernoulli-Euler桁とした場合の固有円振動数 ω との比を各次数ごとに示したものである。せん断変形と回転慣性の影響は、高次の固有振動モードほど、 r が大きくなるほど、 π が小さくなるほど大きく現われる。さらに、その影響は単径間桁に比較して連続桁の方が小さい。

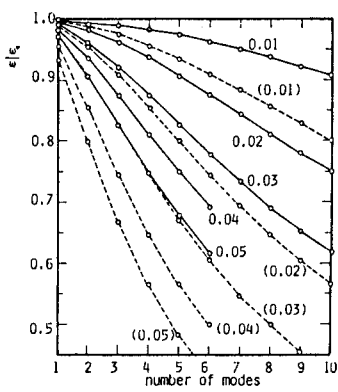
3-2 強制振動 図3,4は 走行荷重による連続桁の動的応答を第1径間の1/2点に着目した場合の 動的増加率と速度パラメーターとの関係で示したものである。図より明らかなように、パラメーター r が大きくなるほど、 π が小さくなるほど 動的増加率の変化が大きくなる傾向にある。

4. あとがき
連続桁の自由振動解析結果から、せん断変形と回転慣性の影響は パラメーター r が大きくなるほどまた、 π が小さくなるほど大きく現われる。更に、走行荷重による動的応答に与える 上記の影響は比較的小さく、実際の鋼連続桁橋においては r が小さいと考えられるので無視しうる程度であると思われる。

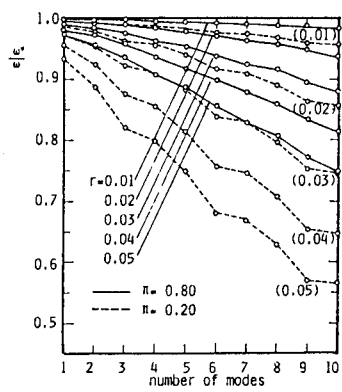
なお、本研究の数値計算には北海道大学大型計算機センターの HITAC-M200Hを使用した。

参考文献

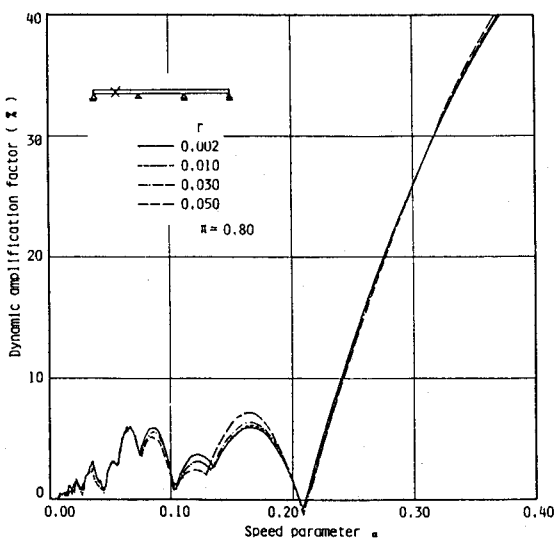
- 1) T.Hayashikawa and N.Watanabe : Proc. of ASCE, Vol.107, No. EM1, 1981
- 2) F.Y.Cheng : Proc. of ASCE, Vol.96, No. ST3, 1970
- 3) T.C.Huang : Journal of Applied Mechanics, 1961
- 4) F.Y.Cheng and Wu-Hsiung Tseng : Proc. of ASCE, Vol.99, No. ST3, 1973



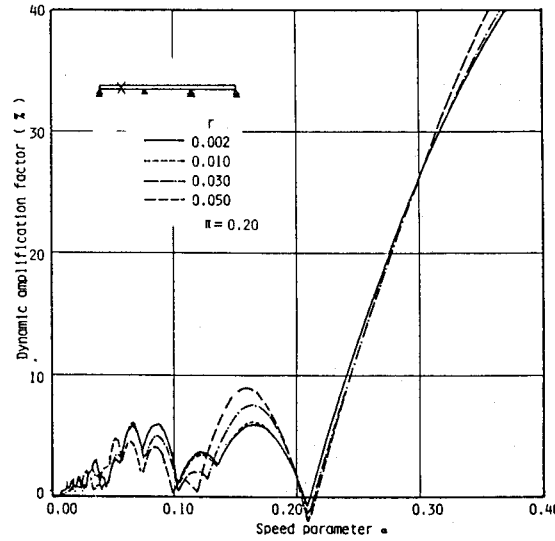
図一 / 単径間桁



図二 連続桁



図一三 連続桁の動的増加率 ($\pi=0.80$)



図一四 連続桁の動的増加率 ($\pi=0.20$)