

長崎大学工学部 正員 ○高橋和雄

川田工業(株) 正員 佐藤秀雄

金近伸広

1. まえがき ケーブルに面内外力が作用すると、面外振動が特定の振動数領域で生ずることが知られている。この問題はケーブルの幾何学的非線形に起因する係数励振振動問題¹⁾とみなすことができるが、ケーブルの特性を十分に評価した多自由度系としての解析的な取り扱いはまだ見受けられないようである。そこで、本研究はケーブルの面外不安定解析を行ない、ケーブルの面外不安定振動特性を明らかにするものである。

2. 解法 面内加振を受けるケーブルの面内非線形運動方程式は次のように与えられる。

$$L_1(u, v) = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial s} \left\{ (C_0^2 \frac{1}{x_e^2} + C_1^2 \frac{1}{y_e^2}) \frac{\partial u}{\partial s} + C_1^2 x_e' y_e' \frac{\partial^2 u}{\partial s^2} \right\} - C_1^2 \frac{\partial}{\partial s} \left\{ (x_e' \frac{\partial u}{\partial s} + y_e' \frac{\partial v}{\partial s}) \frac{\partial u}{\partial s} + \frac{1}{2} \left\{ (\frac{\partial u}{\partial s})^2 + (\frac{\partial v}{\partial s})^2 \right\} (x_e' + \frac{\partial u}{\partial s}) \right\} = \frac{P_x \cos \Omega t}{\rho_0} \quad (1)$$

$$L_2(u, v) = \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial s} \left\{ (C_0^2 \frac{1}{x_e^2} + C_1^2 \frac{1}{y_e^2}) \frac{\partial v}{\partial s} + C_1^2 x_e' y_e' \frac{\partial^2 v}{\partial s^2} \right\} - C_1^2 \frac{\partial}{\partial s} \left\{ (x_e' \frac{\partial v}{\partial s} + y_e' \frac{\partial u}{\partial s}) \frac{\partial v}{\partial s} + \frac{1}{2} \left\{ (\frac{\partial u}{\partial s})^2 + (\frac{\partial v}{\partial s})^2 \right\} (y_e' + \frac{\partial v}{\partial s}) \right\} = \frac{P_y \cos \Omega t}{\rho_0} \quad (2)$$

ここに、 u, v : ケーブルの面内水平、鉛直変位、 t : 時間、 Ω : 外力の円振動数、 C_0, C_1 : ケーブルの縦波・横波伝播速度、 $\{x_e, y_e, 0\}$: ケーブルの初期形状、 s_e : 初期形状に沿う座標系

式(1)、(2)の解を次のように仮定する。 $u = \sum_{i=1}^n P_i(t) U_i(s_e)$, $v = \sum_{i=1}^n P_i(t) V_i(s_e)$ (3)

ここに、 P_i : 未知の時間関数、 U_i, V_i : 線形振動の固有振動形、 n : スパン長

式(3)を式(1)、(2)に代入して Galerkin 法を適用し、さらに $P_n = \sum_{m=1}^n a_m^n \cos m\omega t$ (4) のように Fourier 級数に展開すれば、次のような非線形連立代数方程式が得られる。

$$(k_n - m_n m^2 \omega^2) a_m^n + k^2 \sum_{i,j=1}^n k_{ij} n_j a_j^n + k^2 / 2 \sum_{i,j=1}^n \sum_{l=1}^n k_{ijl} a_i^n a_j^n a_l^n = p_n \delta_{i,n} \quad (5)$$

ここに、 $k^2 = C_1^2 / C_0$, $\omega = \Omega / \omega_1$, ω_1 : 対応する弦の1次の固有円振動数、 $\tau = \omega_1 t$

一方、非線形項を無視したケーブルの面外運動方程式は次のように表わされる。

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial s} \left\{ C_0^2 \frac{1}{x_e^2} \frac{\partial w}{\partial s} \right\} - C_1^2 \frac{\partial}{\partial s} \left\{ (x_e' \frac{\partial w}{\partial s} + y_e' \frac{\partial^2 w}{\partial s^2}) \frac{\partial w}{\partial s} + \frac{1}{2} \left\{ (\frac{\partial w}{\partial s})^2 + (\frac{\partial^2 w}{\partial s^2})^2 \right\} \frac{\partial w}{\partial s} \right\} = 0 \quad (6)$$

ここに、 w : 面外変位

上式の解を次のように仮定する。 $w = \sum_{i=1}^n T_i(t) W_i(s_e)$ (7) ここに、 T_i : 未知の時間関数

式(7)、(3)を式(1)に代入して Galerkin 法を適用すれば、次の係数励振振動形の運動方程式が得られる。

$$\{A_i\} \{\ddot{T}\} + 2\{C\} \{\dot{T}\} + \{A_k\} \{T\} + k^2 \{D_p^0\} + \{D_p^1\} \cos \omega \tau + \{D_p^2\} \cos 2\omega \tau + \{D_p^3\} \cos 3\omega \tau \{T\} = \{0\} \quad (8)$$

ここに、 $\{A_i\}, \{C\}, \{A_k\}, \{D_p^0\}$: 係数行列、 $\{D_p^1\}, \{D_p^2\}, \{D_p^3\}$: 係数励振振動の種類と幅を決定する行列

式(8)の不安定領域は文献2)の方法を用いて決定することができる。

3. 数値結果 式(8)の不安定領域には一般

に $\bar{\omega} = 2\omega_1/k$ 付近の単純共振と

$\bar{\omega} = (\omega_1 \pm \omega_2)/k$ 付近の結合共振(十の場合が和形、一の場合が差形)の2つが存在するが、ケーブルの場合には $\{D_p^1\}$ 行列の性質より差形の結合共振は存在しない。なお、 $k=1$ の場合が主不安定領域、 $k \geq 2$ の場合が副不安定領域と呼ばれている。

(a) 水平ケーブル 図-1はサグ比 $\delta=0.1$, $k=30$ の水平ケーブルの面内非線形応答と面外不安定領域を示す。図中の右上りの斜線

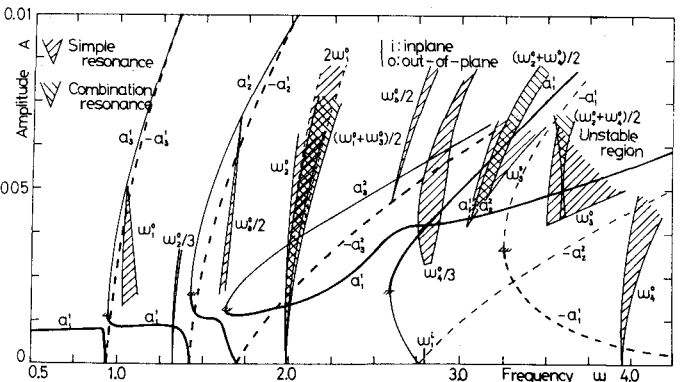


図-1 水平ケーブルの面内対称加振による面外不安定領域

部が単純共振、右下りの斜線部が結合共振に対応するものである。図-1の対称加振の場合には $R=1, 2$ の主・副のすべての不安定領域が存在するが、逆対称加振の場合には $R=1$ に対する主不安定領域は存在しない。結合共振については面外振動が対称・対称または逆対称・逆対称の結合共振は存在するが、対称・逆対称の結合共振は存在しない。図のように不安定領域は単純共振の場合が結合共振の場合よりも一般に広いと言える。また、主共振の応答振幅が大きい領域で、かつ、面内振動形と面外振動形がよく似ている場合の不安定領域が最も広くなっている。

(b) 傾斜ケーブル 図-3はサグ比 $r=0.1$, $R=30$ の傾斜角 $\theta=30^\circ$ の面内応答曲線と不安定領域を示す。この場合には、 $R=1, 2$ の主・副のすべての不安定領域が存在し、結合共振はすべての振動形が達成する。

(c) 弦 図-4はサグ比 $r=0.001$ の水平な弦に近いケーブルの面内対称加振による面内応答曲線と不安定領域である。面内逆対称加振の場合については、図-2の水平ケーブルの場合とほぼ一致するので省略されている。対称加振の場合、弦とケーブル($r=0.1$)の場合の固有振動性状と応答特性が異なること、さらに、弦には2次の非線形項が含まれないことのために弦の不安定領域はケーブルと根本的に異なることがわかる。

(d) 不安定領域に及ぼす減衰の影響

構造系には必ず減衰力が存在するが、減衰の存在は一般に幅の狭い不安定領域を安定領域に変える。しかし、図-5に示すように結合共振についてはこのことは必ずしも成立せず、特定の減衰の組み合わせでは不安定領域は広められることがわかる。他の詳しい計算結果は講演時に発表する。

参考文献 1) 山口他: 第24回構造工学シンポジウム, 1978

2) 山口他: 土木学会論文報告集, 第308号, 1981

3) Takahashi K.: J Sound and Vibration, Vol. 83 (to appear) 1982

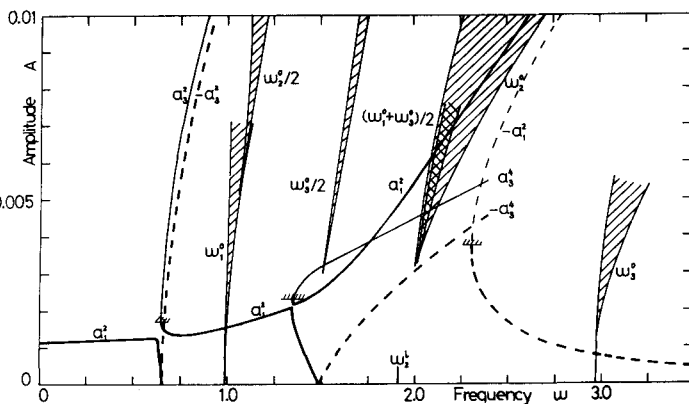


図-2 水平ケーブルの面内逆対称加振による不安定領域

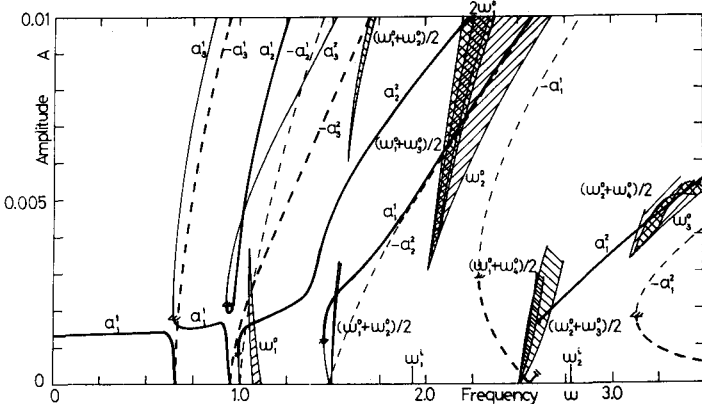


図-3 傾斜ケーブルの面内加振による不安定領域

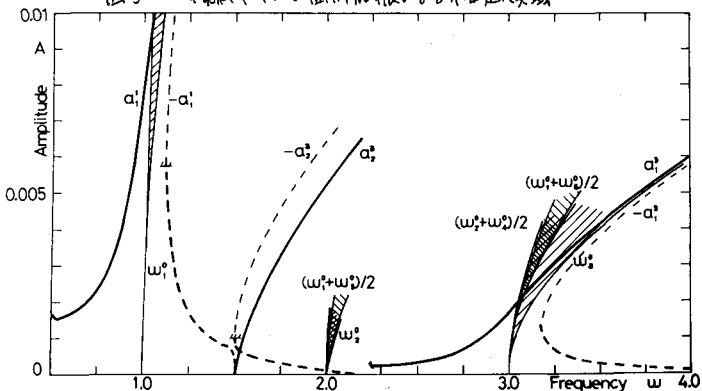


図-4 弦の面内対称加振による面外不安定領域

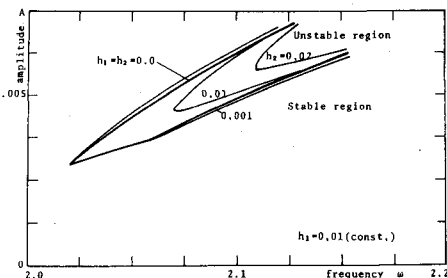


図-5 結合共振に及ぼす減衰の影響