

川田工業(株) 正会員 前田 研一
 大阪大学工学部 正会員 前田 幸雄
 川田工業(株) 正会員 越後 滋

1. まえがき F. Leonhardt^{1), 2)}は、斜張橋が特有のシステムダンピングによって主桁の鉛直たわみ振動に対する高い動的安定性を有することと、種々の実橋および模型実験の結果を例として報告している。そして、その要因として、サグの影響によるケーブルのゆがみ挙動の非線形性、異なる周期を有するケーブルの弦としての横振動の干渉などを挙げているが、特に後者の要因については推測の域を出ないものであると思われる。

他方、小松・川谷³⁾は、ケーブルの弦としての横振動の周期が全体構造の周期と近接するような張力の場合に、単一集中荷重の走行による動的増幅率が低減するという計算結果を報告し、ケーブルがダンパーの役割を果たしたことによるものであるとしている。しかるに、その結果は、部分構造としての主桁とケーブルの振動の内部共振によるものであり、この現象をさらに追究すれば、システムダンピングの支配的の一要因として新たに定義し得るものであると考えられる。本文は、このような観点から、斜張橋のシステムダンピングの支配的の一要因を新たに定義し、斜張橋に擬した簡単なモデルに対する種々の数値計算結果、さらには、実験の結果を用いて、定義の妥当性を検証するものである。なお、本文の一部は、既に報告済みのものである⁴⁾。

2. システムダンピングの要因の定義 部分構造としての主桁とケーブルの固有円振動数が近接する場合、内部共振を起し、全体構造としては、各々の相似な振動成分が異なる比率で連成し、ケーブルの位相が逆転した2種の固有振動モードを生じる。説明の便宜上、単一集中荷重が走行する場合を想定し、2種の近接した固有円振動数 ω_i, ω_j を有するモードに対応するベクトル y_i, y_j に関して、主桁の注目する変位の応答値を求めれば、

$$Y_{g,i}(t) = \frac{y_i \cdot F_g}{\omega_i^2 - \omega_p^2} (\sin \omega_p t - \frac{\omega_p}{\omega_i} \sin \omega_i t), \quad F_g = (y_i^T \cdot M \cdot y_i)^{-1} (y_i^T \cdot Q) \quad (k=i, j) \quad (1)$$

なる式で示される。ここに、 M は質量マトリックス、 $y_{g,i}$ は y_i の対応する要素である。また、 Q, ω_i は、単一集中荷重をフーリエ級数展開し、その一成分が卓越するときの場合の正弦関数型外力の係数ベクトル、円振動数である。式(1)の第一項が強制振動項、第二項が自由振動項であり、この式から、自由振動項が初等振動学におけるbeating(隠り)現象を生じることがわかる。すなわち、自由振動項 $\bar{Y}_{g,i}(t), \bar{Y}_{g,j}(t)$ を合成すれば、

$$\left. \begin{aligned} Y_{g,i}(t) + Y_{g,j}(t) &= \bar{A}_g(t) \cdot \sin \left\{ (\omega_i + \frac{\delta}{2})t - \phi_g \right\}, & \bar{A}_g(t) &= \sqrt{(\lambda_i \cdot X_{ei})^2 + (\lambda_j \cdot X_{ej})^2 + 2(\lambda_i \cdot X_{ei})(\lambda_j \cdot X_{ej}) \cdot \cos \delta t} \\ \phi_g &= \tan^{-1} \left(\frac{\lambda_i \cdot X_{ei} - \lambda_j \cdot X_{ej}}{\lambda_i \cdot X_{ei} + \lambda_j \cdot X_{ej}} \tan \frac{\delta}{2} t \right), & \delta &= |\omega_i - \omega_j|, & \lambda_k &= \left(\frac{\omega_k}{\omega_i} \right) / \left\{ 1 - \left(\frac{\omega_p}{\omega_k} \right)^2 \right\}, & X_{ek} &= y_{g,k}^T \cdot F_g / \omega_k^2 \quad (k=i, j) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

なる正弦波の式が得られ、beating現象によって、振幅 $\bar{A}_g(t)$ が最大値 $\bar{A}_{g,max} = |\lambda_i \cdot X_{ei} + \lambda_j \cdot X_{ej}|$ 、最小値 $\bar{A}_{g,min} = |\lambda_i \cdot X_{ei} - \lambda_j \cdot X_{ej}|$ で周期 $2\pi/\delta$ の周期関数となる。ここに、 X_{ek} は静的な場合の応答振幅である。したがって、最大振幅 $\bar{A}_{g,max}$ および強制振動項 $Y_{g,i}^*(t), Y_{g,j}^*(t)$ を合成した正弦波の振幅が内部共振をほとんど起こさない場合と差異がないならば、動的応答値がかなり低減されることとなる。一方、ケーブルの着目する変位については、ケーブルの振動成分が逆位相で連成していることから、逆に、最小振幅 $\bar{A}_{g,min}$ および強制振動項 $Y_{g,i}^*(t), Y_{g,j}^*(t)$ を合成した正弦波の振幅が内部共振をほとんど起こさない場合と差異がないならば、動的増幅率は増大することとなる。

ゆえに、これらのことから、部分構造系としてのケーブルと主桁の振動の内部共振による自由振動項のbeating現象を斜張橋のシステムダンピングの支配的の一要因として新たに定義する。

3. 定義の妥当性の検討 定義の妥当性を検討するために、図-1に示す計算モデルについて、ケーブルの導入引張応力 σ を変化させた種々の数値計算を行なった結果の一部を図-2~4に示す。ここに、 ω_k, ω_k^* ($k=1, 2$)は全体構造、ケーブルの弦としての固有円振動数であり、 ω_1 はケーブルを単なる引張材に置換した場合の主桁の一次モードに対応するものである。また、 X_{ei}, X_{ej}, X_{ce} ($k=1, 2$)は、自由端に正弦関数型外力 $P \sin \omega_p t$ が作用した場合

における、 ω_1 , ω_2 に対応する主桁自由端の鉛直方向変位、ケーブル中央点の法線方向変位の静的応答振幅である。

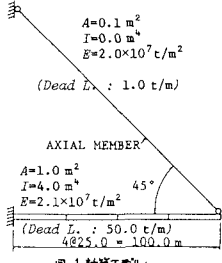


図-1 計算モデル

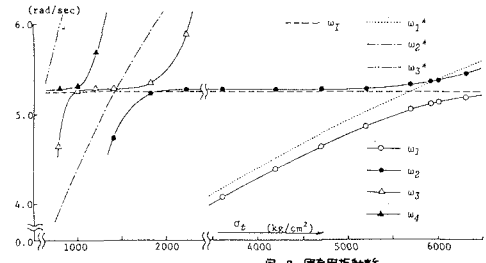


図-2 固有円振動数

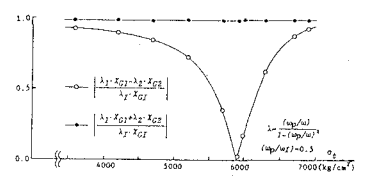


図-4 beating現象による主桁自由端、ケーブル中央点の自由端変位の最大最小振幅比の静的応答

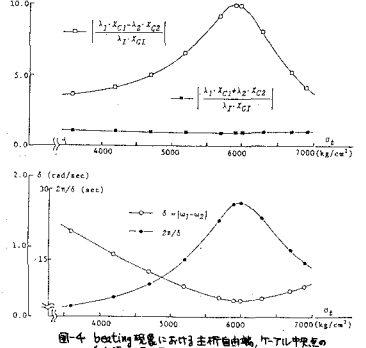


図-4 beating現象による主桁自由端、ケーブル中央点の自由端変位の最大最小振幅比の静的応答

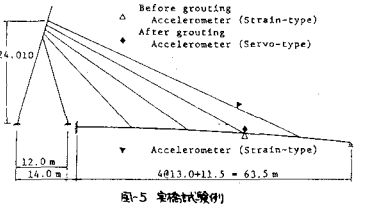


図-5 実験試験例

4. 実験試験 定義した要因によるシステムダンピングが実橋において実際に起こることを確認するために、図-5に示す(HiAm)ケーブルのグラウト後の完成状態を、部分構造系としてのケーブルと主桁の振動の内部共振を起こすことが設計時に予測された)単径間PC斜張橋を対象に、実験試験を行った。測定には、図-5に同時に示したように、主桁および最上段ケーブルの測定点に設置(加速度計を用いた。

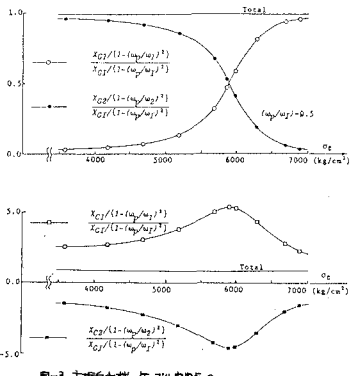


図-3 主桁自由端、ケーブル中央点の強制振動時の振幅比とその合振幅

試験結果の一部を図-6~8に示す。図-6は、グラウト前後の落下試験

における、主桁測定点の鉛直方向加速度記録から導かれたパワースペクトルを示すものであり、グラウト後には、内部共振によるものと推測される、振動数の近接した2種の卓越振動モードが存在することがわかる。さらに、図-7, 8は、グラウト前後の落下試験、グラウト後の走行試験における、各測定項目の記録波形を示すものである。図-7から、グラウト後に、beating現象によるものと推測される振幅の変化がみられ、同時に示した対数減衰率の値がかなり大きくなっていることがわかる。また、図-8からは、beating現象によるものと推測される振幅の変化がより明確に現れ、荷重走行後の残留自由振動時における主桁測定点の振動振幅が、構造減衰も作用することによって急速に減衰していることがわかる。

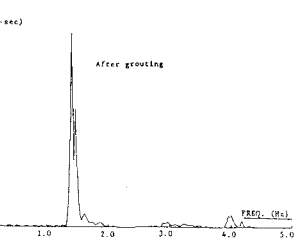
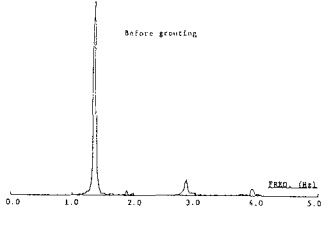


図-6 グラウト前後における落下試験時の主桁測定点のパワースペクトル

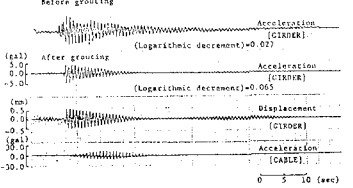


図-7 グラウト前後における落下試験時の記録波形と対数減衰率の測定値

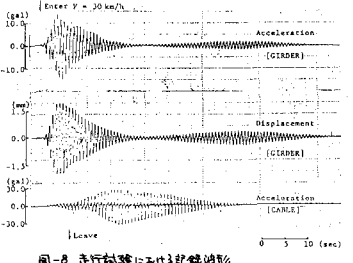


図-8 走行試験における記録波形

5. あとがき 以上のことから、新たに定義した要因が斜張橋のシステムダンピングの支配的の一要因であり、所要の条件を満足すれば、このような現象が実橋において実際に起こり得るとしてもよいと思われる。なお、マルチケーブル型式斜張橋における定義した要因によるシステムダンピング効果については、別に報告⁵⁾している。

(参考文献) 1) Leonhardt, F. et al.: Cable-Stayed Bridges, IABSE SURVEYS, 5-1380, 1980. 2) Leonhardt, F. et al.: Modellversuche für die Schwingtabellebrücken Zárate-Brazo Largo über den Rio Paraná (Argentinien), Bauingenieur 54, 1979. 3) 小坂 川谷: 斜張橋の自動車走行における動的応答と衝撃係数に関する研究, 土木学会論文報告書, No. 275, 1978. 4) 前田 前田 越後 蔵彦: 斜張橋の System Damping 効果に関する研究, 昭和57年度土木学会全国学術講演会講演要録, 1982. 5) 前田 前田 蔵彦: マルチケーブル型式斜張橋におけるシステムダンピング効果, 土木学会第37回年度学術講演会講演要録, 1982.