I-49　吊橋のねじれ振動解析に関する研究

埼玉大学　工学部　正会員　東原　紘道
○川田工業株式会社　正会員　町田　文孝

1. はじめに

わが国では，関門橋がすでに完成し，本州四国連絡橋の因島大橋などの工事が着々と進み，長大吊橋の時代を迎えている。吊橋は，その構造上剛性が小さいので，動的な外力（風や地震）によって設計が規制されてくる。そのため，設計を行なう上で，動的な性質を知ることが重要な問題となる。その動的な性質を知るためには，吊橋の固有振動特性を正確に把握することが基礎になる。

吊橋の全体系のモード解析は，数値を調べる上ではこれで十分である。しかし，振動の性質の考察には部分構造単位で考えた方が考え易いため，全体系のモード解析はこのような点で不便が生じてくる。このため，分析や考察のためには，各部分系のモードと部分系相互の結合の条件から全体系のモードを組み上げる（Modal Synthesis）ことが重要となる。また，この副産物としてコンパクトな計算ができる可能性もある。

しかし，これは一般の構造物では不可能にちかい方法である。たとえば，航空機の翼と胴体の解析においては接合の自由度が膨大となり，Modal Synthesis はあくまで低次モード何個かで近似するという簡略化の目的だけになってしまう。これに対し吊橋は部分構造相互の接合条件が簡単であり，自由度も著しく小さいので，厳密に理論的考察の手段としてModal Synthesisを使うことが可能である。

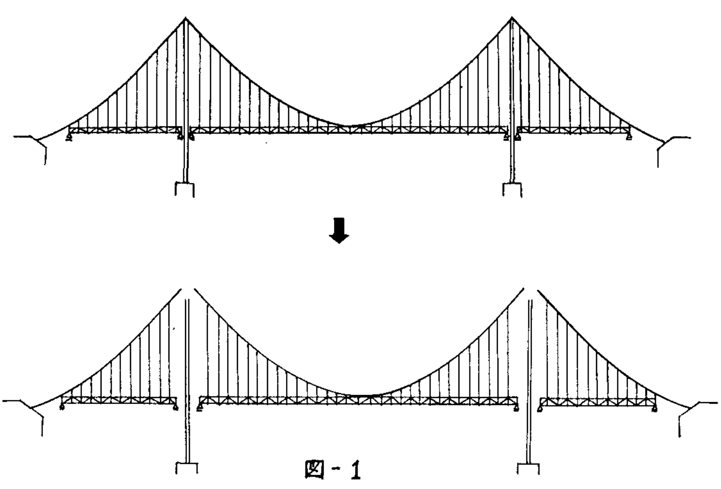
本研究は，Modal Synthesis法による研究の第1歩である。

2. 解析における仮定とモデル

(1) 吊材の伸びは無視でき，吊材の間隔は各径間で一定である。
(2) 各径間において補剛トラスの断面剛性は一定である。
(3) 死荷重に対する強度は各径間ごとに一様である。
(4) すべてのデッキの横断面の初期の外形は振動の間も不変である。しかし，断面は面外変形（そり）を受けてもよいとする。
(5) 主塔は頂部の水平変位に対して曲げとねじれの抵抗を行なう。
(6) 主塔の頂部はケーブルの動きに調和して動く。
(7) ケーブルは放物線カーブであるとする。

という仮定のもとで解析を行なう。

また，吊橋の全体系のモデルは，3径間単純支持型式をとるものとする。この全体系のモデルは図－1のように5個の部分構造に分けられ，このモデルをもとに解析を行なう。



図－1

3. 解析方法

図－1に示されたモデルをSubstructure 法の適用を行ない解析をする。今，変位の自由度を{u}とすると質量マトリックス [M] と剛性マトリックス [K] により運動方程式は

$$[M]\{\ddot{u}\} + [K]\{u\} = \{0\} \qquad (1)$$

と表わされる。

ここで，各Substructure に着目すると，それは各々固有振動数や固有振動モードを有している。また，Substructure とSubstructure の接続点に単位変位を作用させた時における静的特性を示すマトリックスを[F]とすると，変位の自由度 {u} は

$$\{u\} = [\Phi]\{y\} + [F]\{v\} \qquad (2)$$

と表わされる。ここで，[Φ] は 各Substructure の固有振動モードから得られるマトリックス，{y} は各Substructure の自由度，{v} はSubstructure とSubstructure の接続点における自由度を示すベクトルである。

(2) を (1)に代入することにより，運動方程式は各Substructure の固有振動モードと静的特性を示すマトリックスによって表わされる。ここで，質量マトリックスと剛性マトリックスは正値対称であるので，求められた運動方程式の左から ${}^t[\Phi]$ を乗ずることにより，運動方程式は

$$ {}^t[\Phi][M][\Phi] = [I] $$

$$ {}^t[\Phi][K][\Phi] = [\omega^2] $$

というマトリックスの性質を使い，

$$\left[\begin{array}{c|c} [I] & {}^t[\Phi][M_{yy}][F] \\ \hline {}^t[F][M_{yy}][\Phi] & {}^t[F][M_{yy}][F] + [M_{vv}] \end{array}\right] \left\{\begin{array}{c} \{\ddot{y}\} \\ \hline \{\ddot{v}\} \end{array}\right\} + \left[\begin{array}{c|c} [\omega^2] & {}^t[\Phi][K_{yy}][F] + [\Phi][K_{vy}] \\ \hline {}^t[F][K_{yy}][\Phi]+[K_{yv}][\Phi] & {}^t[F][K_{yy}][F]+[K_{yv}][F]+{}^t[F][K_{vy}]+[K_{vv}] \end{array}\right] \left\{\begin{array}{c} \{y\} \\ \hline \{v\} \end{array}\right\} = \{0\}$$

と表わすことができる。ここで，[ω²] は対角行列であり，その対角成分は各Substructure の固有振動数の2乗によって与えられる。また，$[M_{yy}]$，$[K_{yy}]$ は各Substructure の質量マトリックスと剛性マトリックスであり，$[M_{vv}]$，$[K_{vv}]$ は接続点における質量マトリックスと剛性マトリックスである。$[K_{vy}]$，$[K_{yv}]$ は接続点と各Substructure を連絡させるための剛性マトリックスである。

この運動方程式は基準座標を用いて変換を行なうことにより，多項式として表わされる。これによりNewton－Raphson 法を適用することができ，簡単に解を求めることができる。このため，全体系の大きな固有値問題を解く必要がなくなり，部分系の小さな固有値問題を解けばよい。

4. 解析結果

設計時の関心は全く異なった吊橋の比較よりも，特定の部分構造の条件のみを変化させた場合の比較であることが多いため，本研究は部分系のモードを求め直せばよいということから利点が大きい。

解析を行なうデータとしては現実的なデータを取り扱うことにする。また，この解析法と比較検討するため全体系の解析法としては，Abdel－Ghaffar[3] の方法を使用して解析を行なう。

結果の詳細については当日説明することにする。

5. 参考文献

(1) Walter. C. Hurty : Dynamic Analysis of Structural Systems Using Component Modes , AIAA

(2) J.S. Przemieniecki : Matrix Structural Analysis of Substructures , AIAA

(3) Ahmed. M. Abdel－Ghaffar : Free Torsional Vibrations of Suspension Bridges , ASCE (1979)

(4) Irvine. : Torsional Vibrations in Boxgirder Suspension Bridges , ASCE (1974)