I-44 ファジィ数理計画法の構造設計への応用に関する基礎的考察

京都大学工学部 正員 古田 均
京都大学工学部 正員 白石成人

1. まえがき----- 一般に、構造設計は種々の設計条件を満たした上で、ある目標関数を最大あるいは最小にするという形で定式化される。しかしながら、この設計条件にはあいまいな要素が数多く含まれている。従来、このようなあいまいさは確率統計理論を用いて取扱われてきた。確かにあいまいな要因の中にはランダムな性質を有するものも存在するが、それ以外のものも数多く存在し、それらをいかに設計過程に合理的に組入れるかが重要である[1]。本研究では、ファジィ数理計画法を用いることにより、この種のあいまいさを制約条件あるいは目的関数に含ませ、人間のもっているあいまいさに対する秀れた直観力・判断力を設計に反映さすことができないかを探る。まず、ファジィ数理計画法の基礎概念を説明し、簡単な数値計算例を用いて設計に含まれるあいまいさを明らかにし、その取扱い方について検討を加える。

2. ファジィ数理計画法の基礎概念[2]----- 通常の数理計画法とは異なり、ファジィ数理計画法では目的関数と制約条件が厳密に区別されない。すなわち、目的関数も確定的なものではなく、目標集合というある範囲をもった形で定義される。このとき、目標集合、制約条件はファジィ集合 $\tilde{G}$, $\tilde{C}$ で定義され、帰属度関数 μ_G, μ_C で表現される。いま、$\tilde{G}$と $\tilde{C}$が同じ空間内で定義されるとすると、決定集合 $\tilde{D}$ は両者を満足する形で

$$\tilde{D} = \tilde{G} \cap \tilde{C} \quad (1) \qquad \mu_D(x) = \mu_G(x) \wedge \mu_C(x) \quad (2)$$

と表わされる。ここで記号∧は min を表わす。この $\mu_D(x)$ は x が $\tilde{D}$に属するグレードを示しているわけであるから、$\mu_D(x)$が最大値をとる決定を最良のものと考えるのが妥当であろう。すなわち、最適な値 x^* は次式から得られる。

$$\mu_D(x^*) = \sup_{x \in X} \mu_D(x) \quad (3) \qquad X : x \text{ の全体集合}$$

一般に式(3)は論理演算を含むために、このままの形で最適化を実行して解を得ることは困難である。このために直接式(3)を解くかわりに、α-レベル集合[2]の概念を用いて式(3)と等価な次式を解くことにより解が求められる。

$$\sup_{x \in X} \mu_D(x) = \sup_{\alpha \in [0,1]} \left[\alpha \wedge \sup_{x \in C_\alpha} \mu_G(x) \right] \quad (4)$$

ただし、C_α は α-レベル集合で $C_\alpha = \{ x \mid \mu_C(x) \geq \alpha \}$ で定義される。

3. 構造設計への応用----- 一般に、土木構造物の設計条件として、応力、変位、最小板厚などの制約が用いられる。しかし、これらの許容値が厳密な物理的意味あるいは根拠をもっているかというと、必ずしもそうでないものも存在する。例えば、許容変位が5cmと決められている場合でも、5.1cm あるいは 4.9cm なら絶対駄目というわけではなく、5cmというのは1つの目安でだいたい5cm位が好ましいという表現の方が実状に合っている場合もある。このようなあいまいさを設計条件に反映さすと、構造設計は以下のように定式化される。

$$\left.\begin{array}{lll} \text{目的関数：} & \text{重量} & W = f(x) \rightarrow Min. \\ \text{制約条件：} & \text{応力} & \sigma(x) \lesssim \sigma_a \\ & \text{変位} & \delta(x) \lesssim \delta_a \\ & \text{その他} & A(x) \lesssim A_a \end{array}\right\} \quad (5)$$

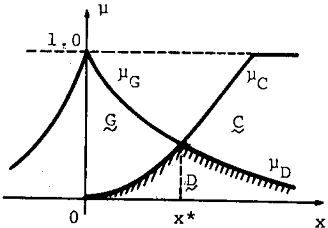

図1. ファジィ決定集合$\tilde{D}$の帰属度関数

ここで、$\underline{x}$は設計変数の組を表わすベクトルで、添字 a は許容値を表わす。また、$\sigma(\underline{x}) \lesssim \sigma_a$ は $\sigma(\underline{x})$ がだいたい σ_a 以下であるというあいまいな制約を表わしている。このとき、設計条件に含まれるあいまいさは、各許容値をファジィ集合と考え、帰属度関数を設定することにより考慮できる。ただし、この場合は目的関数をファジィ集合で表現する必要はないが、式(2),(3)を用いるためには $f(\underline{x})$ の範囲を[0, 1]に標準化しておく必要がある。

4. 数値計算例----- 図2(a)に示した単純梁で、$P = 2000$ kg, $E = 2.1 \times 10^6$ kg/cm², δ_a が図2(c)の帰属度関数をもつ場合を考える。いま、応力条件は常に満足されると仮定すると、

$$\left.\begin{aligned} \text{目的関数}: \quad & \frac{y_0}{y} \rightarrow Max \\ \text{制約条件}: \quad & \frac{238.1}{y^3} \lesssim \delta_a \end{aligned}\right\} \quad (6)$$

ここに、y_0 は $\delta_a = 1$ cm のときの部材断面の高さ y の値である。上式を参考文献3のアルゴリズムに従い、初期値として α (α−レベル集合の α) = 0.5, ε (収束判定条件) = 0.01, γ (増加率) = 0.5を仮定して計算すると、表1のように解が5回の反復計算で求まる。つまり、$y^* = 7.407$ cm, V^*(容積) = 740.7 cm³, $\delta_a^* = 0.586$ cm となり、変位の許容値も同時に決定できることになる。次に、荷重 P も厳密な形で定義されない場合を考える。このとき、制約条件は、

$$\left.\begin{aligned} \delta(\underline{x}) & \lesssim \delta_a \\ P & \gtrsim P_d \end{aligned}\right\} \quad (7)$$

ここに、P_d は設計荷重を表わす。この問題の設計変数は前の例題と同様に y であるが、ここでは便宜的に P と δ_a を設計変数と考えた場合の設計空間を図3に示す。斜線で囲まれた部分が帰属度関数が(0, 1)の値をとる場合に対応し、解はこの領域内にある。この場合 $\alpha^* = 0.7534$ となり、変位、荷重に対する設計値がそれぞれ $\delta_a^* = 0.623$ cm, $P_d = 2753$ kg と求まる。

5. 結論およびあとがき----- ファジィ数理計画法を構造設計に適用した。帰属度関数をどのように設定するかという問題は残るが、設計条件をファジィ集合で定義することにより、人間のもつあいまいさに対する直観・判断力を設計過程に反映さすことが可能であると思われる。今後より実際的な問題に適用して、この可能性を実証することが必要であろう。

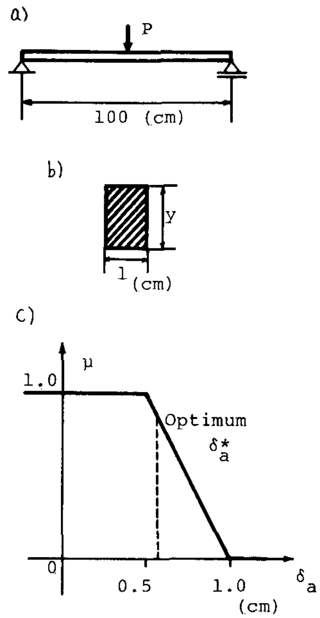

図2. 単純梁の例題

表1. 反復計算の結果

STEP	α	μ_G	ε
1	0.500	0.909	-0.409
2	0.705	0.866	-0.162
3	0.785	0.847	-0.062
4	0.816	0.840	-0.024
5	0.828	0.837	-0.009

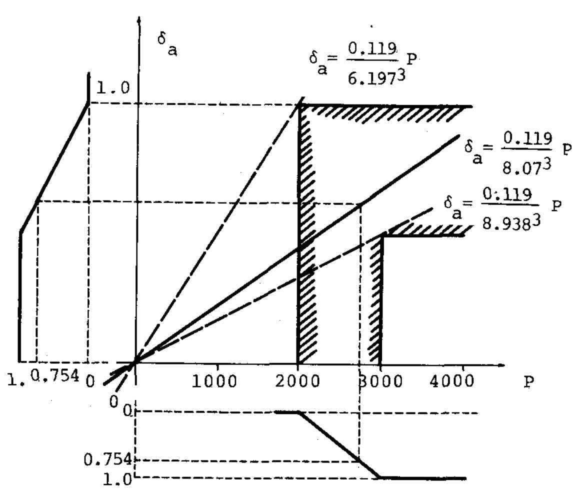

図3. 単純梁の例題の設計空間

参考文献 1) 池島, 白石, 古田: Fuzzy代数の信頼性解析への適用に関する一考察, 年次講演会, S55 2) 西田, 竹田: ファジィ集合とその応用, 森北, S53 3) C.ネゴイタ, 浅居共編: あいまいシステム理論入門, オーム社, S53