

京都大学大学院 学生員 杉本 雅一

京都大学工学部 正員 白石 成人 京都大学工学部 正員 古田 均

1. はじめに 土木構造物の事故原因を調べると、もちろん地震・風・洪水などの自然現象の影響も大きい。それとともに人為的ミス、施工不良などのいわゆるGross Errorの影響が大きいことがわかる。¹⁾ Gross Errorには確率統計的な性質をもたないものが多く、純確率論的にあまりにも厳密な形で議論するよりも、ある程度の柔軟性をもつ取扱いが望ましいと考えられる。本研究ではこのような観点から構造安全性の評価においてGross Errorをどのように考慮すべきかを、現在までに提案されている方法との比較を含め、検討する。

2. Gross Errorの表現 Gross Error(以下、G.E.と記す。)の効果を信頼性解析に導入するには、G.E.の特質、すなわち(1)G.E.は対象とする構造物によって、その性質や種類が多岐にわたっている、(2)個々のErrorが生起する確率は小さいと考えられる、(3)G.E.はその種類によって構造物の安全性に及ぼす影響の大小はまちまちであるが、一度生じれば構造物の破壊を決定的なものにすることが多い、(4)個々のErrorは互いに複雑な関連性を持ちながら全体として構造物の安全性に影響を及ぼしている、を充分に考慮しなければならない。Ang²⁾は不確定要因を客観的不明量と主観的不明量に分ける拡張信頼性理論を提案した。ここで、主観的不明量はG.E.という言葉で置き換えることが出来る。この方法は定義の簡明さ、計算の簡明さで秀れているが、本来統計的にばらつき性質をもたないものを確率変数として扱っており、その確率分布をどのように決定するか等問題がある。一方、Nowak³⁾は、考へうる構造物の状態を(A)「G.E.が生起する」、(B)「G.E.が生起らない」の2つだけであると仮定し、構造物の確率変数を $P_R = P \int_0^{\infty} f_1(z) dz + (1-P) \int_0^{\infty} f_0(z) dz$ で表わした。ここで、safety marginは $z = R - S$ (R : 抵抗, S : 荷重作用)であり、 $f_1(z)$, $f_0(z)$ はそれぞれ(A), (B)の状態に対応する z の確率密度関数(P.D.F.)である。また、 P は(A)の状態が生起する確率を表わす。結局、 $f_1(z)$, $f_0(z)$ (図1)を $1-P$: P の重みをつけて合成することにより図2のような分布形を考へているわけである。この方法は非常に簡明であり、物理的な意味も明瞭であるが、G.E.の特質の(1)と(4)を P_R の計算に反映させることが出来ない。そこでerrorを1つに限定せずに、 n 種類の互いに独立なものを考へ、その同時発生も許す。いま、 i 番目のerrorの生起確率を p_i 、 i 番目のerrorが生じた場合の z のP.D.F.を $f_i(z)$ とすると、破壊確率は近似的に次式によって計算される。⁴⁾

$$P_R = (1 - \sum_{i=1}^n p_i) \int_0^{\infty} f_0(z) dz + \sum_{i=1}^n p_i \int_0^{\infty} f_i(z) dz \\ = (1 - \sum_{i=1}^n p_i) P_0 + \sum_{i=1}^n p_i P_i \quad \text{--- ①}$$

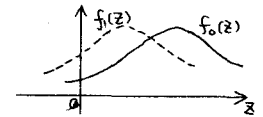


図1 zのP.D.F.

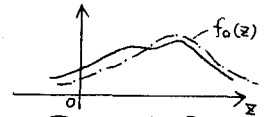


図2 zのP.D.F.

3. Gross Errorを考慮した破壊確率の計算法 ここでは前述のAng, Nowakの方法を基に、論理的な整合性をもち、しかもG.E.の多様性に対応できる柔軟性をもつ破壊確率の計算法について考へる。まず式①の特殊な例として $n=1$ の場合を考へる。いま、Angの考へ方を用いて、ランダム性のみを表わす変数 $\hat{S}$ から導かれる $\hat{S} = \hat{R} - \hat{S}$ のP.D.F. $f_0(z)$ に注目する。このとき、 $\int_0^{\infty} f_1(z) dz = \int_0^{\infty} f_0(z) dz$ を満たすような定数 z_1 を考へると $P_R = (1-p_1) \int_0^{\infty} f_0(z) dz + p_1 \int_0^{\infty} f_1(z) dz = (1-p_1) \int_0^{\infty} f_0(z) dz + p_1 \int_0^{\infty} f_0(z) dz = \int_0^{\infty} f_0(z) dz + p_1 \int_0^{\infty} f_0(z) dz$ --- ② によって破壊確率が表わされる。 $n \geq 2$ でも、 $n=1$ の場合と同様に次式を満たす z_i ($i=1, \dots, n$)を考へる。

$$\int_0^{\infty} f_i(z) dz = \int_0^{\infty} f_0(z) dz \quad (i=1, \dots, n) \quad \text{--- ③} \quad \text{ただし、} z_1 > z_2 > \dots > z_n > 0 > z_{n+1} > \dots > z_{n-1} > z_n$$

このとき、次のような関数 $\mu(z)$ を定義すると、破壊確率 P_R は②式で表わすことが出来る。

$$\mu(z) = \begin{cases} 1 & (z \leq z_n), \\ 1 - p_n & (z_n < z \leq z_{n-1}), \\ 1 - p_n - p_{n-1} & (z_{n-1} < z \leq z_{n-2}), \dots, \\ 1 - p_n - p_{n-1} - \dots - p_{n+1} & (z_{n+1} < z \leq 0), \\ p_n + p_{n+1} + \dots + p_2 + p_1 & (0 < z \leq z_n), \\ \dots, & p_2 + p_1 & (z_2 < z \leq z_1), \\ 0 & (z > z_1) \end{cases} \quad \text{--- ④}$$

$$P_k = \int_{-\infty}^{\infty} \mu(z) \cdot f_0(z) dz \quad \text{--- ⑤}$$

さて、現実問題としてはG.E.の種類は無限に存在すると考えられるので $n \rightarrow \infty$ とすれば、 μ の関数形はたとえば図5のように滑らかな形になるであろう。

AngやNowakの方法と異なり、式⑤による方法では全の分布形を変えることなく、G.E.の効果を関数 $\mu(z)$ により考慮しているわけであり、破壊の定義を $R = R - \delta \geq 0$ から $\hat{R} = \hat{R} - \delta \geq \varepsilon$ (ε キロ, ε はG.E.の特性から決定される。)に変更したとも考えられる。

4. 数値計算例 ここでは図4のような鋼材よりなる一層門型ラーメンを考え、式⑤を用いてG.E.の破壊確率への影響をみる。外力として図中の δV , δH を与えよ。ここで、 δV , δH の値は共に正規分布に従う確率変数とし、平均値はそれぞれ10t, 5t, 変動係数はいずれも0.2とする。適当な断面形状を仮定し、このラーメンにはたらく最大曲げモーメントに対応する最大線応力を計算すると近似的に $N(1324 \text{ kg/cm}^2, 264.8 \text{ kg/cm}^2)$ となる。これを荷重作用 S とする。一方、鋼材が耐えうる最大の圧縮および引張り応力は共に $N(2400 \text{ kg/cm}^2, 240 \text{ kg/cm}^2)$ であるととし、これを強度 R とする。 $R = R_1 [R < S]$

により破壊確率を計算すると、G.E.が全く発生しなかった場合、 1.30×10^{-3} となる。つぎに様々なG.E.が生じた場合のそれぞれの影響を R に反映させる手段として、以下の④, ⑤, ⑥の方法を用いる。④ R の平均値を下げる。⑤接合部分がヒンジ化された構造物を仮定する。⑥左右の柱のいずれかが上下に移動するモデルを考える。ここで、⑥は施工時に接合が不完全であることに対応し、⑤は不等変下に対応する。④はその他のG.E.を考慮するためのものであり、ここでは $R = N(1750 \text{ kg/cm}^2, 175 \text{ kg/cm}^2)$ になるものとする。④に対応して計算される破壊確率を P_k とする。⑤の場合、ヒンジ化された構造物として5種類のものが考えられ、それぞれの場合に対応して計算される破壊確率を $P_1 \sim P_5$ とする。⑥については、沈下量の代表値として2cmを選び、左右の柱の一方がより多く沈下した場合に対応して計算される破壊確率を P_7, P_8 とする。それらの値を表1に示す。 $P_1 \sim P_8$ に対応する事象の生起確率を $p_1 \sim p_8$ とすれば、ラーメンの破壊確率は⑤式で計算される。いくつかの P_k の値の組合せに対する R の値を計算した結果を表2に示す。ただし、[0]はG.E.の可能性が全く存在しないと仮定した場合、[1], [2]はそれぞれ R にすべて等しい値を与えた場合、[3]は現実問題として妥当と思われる R の値を仮定した場合である。つぎに、 P_k の値として表2の[3]の値を与えるような関数 $\mu(z)$ の例を図5に示す。ただし、 $\hat{R} = N(2400 \text{ kg/cm}^2, 240 \text{ kg/cm}^2)$, $\hat{S} = N(1324 \text{ kg/cm}^2, 264.8 \text{ kg/cm}^2)$ であり、 $\mu(z)$ の形は曲線型(実線)と直線型(破線)の両方を図示した。

5. あとがき G.E.の影響を構造物の安全性評価に導入する方法としてAngとNowakの方法が提案されているが、それらを改良した式⑤による方法は、ランダム性のみを素やす変数より導かれるsafety margineのP.D.F.をそのままの形を用いているため、各変数の物理的意味が保持され、計算が比較的簡単になる。このときG.E.の影響は確率変数を用いずに R に導入されるが、その条件を規定する関数 $\mu(z)$ を工夫することによってG.E.の多様性に対応できる柔軟性をもたすことが可能となる。

参考文献 1)Blockley,D.W.: Proc.ICE Part 1, Vol.62, Feb.1977, pp51-74
2)Ang,A.H.-S.: Annals of Reliability and Maintainability, Vol.9, 1970 3)Nowak,A.S.: ACI-Journal, Sept.1978
4)杉本:「Gross Errorの信頼性解析への導入に関する基礎的研究」, 昭和57年度土木学会関西支部学術公演会, I-76

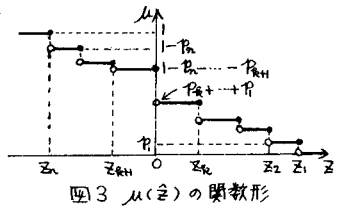


図3 $\mu(z)$ の関数形

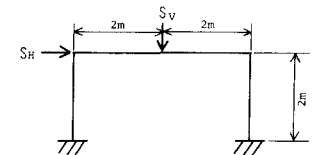


図4 門型ラーメン

表1 P_k の値

P_{F1}	8.98×10^{-2}
P_{F2}	3.50×10^{-1}
P_{F3}	7.44×10^{-2}
P_{F4}	2.32×10^{-3}
P_{F5}	3.73×10^{-1}
P_{F6}	3.50×10^{-1}
P_{F7}	1.21×10^{-3}
P_{F8}	4.34×10^{-1}

表2 P_k の評価例と R の値

	[0]	[1]	[2]	[3]
P_1	0.0	1.0×10^{-3}	1.0×10^{-2}	5.0×10^{-3}
P_2	0.0	1.0×10^{-2}	1.0×10^{-2}	2.0×10^{-3}
P_3	0.0	1.0×10^{-3}	1.0×10^{-2}	2.0×10^{-3}
P_4	0.0	1.0×10^{-2}	1.0×10^{-2}	0.5×10^{-3}
P_5	0.0	1.0×10^{-3}	1.0×10^{-2}	0.5×10^{-3}
P_6	0.0	1.0×10^{-2}	1.0×10^{-2}	1.0×10^{-3}
P_7	0.0	1.0×10^{-3}	1.0×10^{-2}	1.0×10^{-3}
P_8	0.0	1.0×10^{-3}	1.0×10^{-2}	1.0×10^{-3}
P_F	1.30×10^{-3}	2.58×10^{-3}	1.41×10^{-2}	3.17×10^{-3}

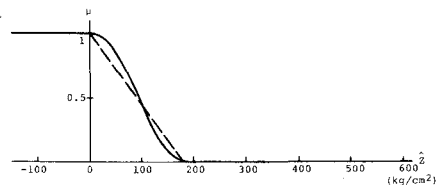


図5 関数 $\mu(z)$ の計算例