I-39　分布形が正確に判定できない場合の設計用値・安全係数の設定に関する考察

山梨大学　正員　杉山 俊幸
東京大学　正員　藤野 陽三
東京大学　正員　伊藤　学

1．はじめに

確率論的手法を構造設計に導入しようとする試みから、我国では土木学会構造工学委員会構造物安全性小委員会より「安全性照査のための構造設計規準策定のガイドライン（案）」[1]が発表されている。基本的には

$R_d/S_d \geq \gamma_I$ ----(1)　（R_d：強度Rの設計用値，S_d：荷重Sの設計用値，γ_I：安全係数）

の設計様式に確率論的概念を組込んでいく方向が示されている。すなわち、R_d, S_dの値として、ある超過確率に対応する統計的特性値を採用し、構造物の重要度や破壊時の社会的影響等を考慮して破壊確率を許容値以下に抑えられるようγ_Iを決定することによって信頼性理論を組込んだ設計法にしようとするのである。しかし、この(1)の安全性照査式に基づく設計規準を策定していくためには、まだ幾つかの検討すべき問題点が残されている。ここでは、そのうちの次の2点に着目する。

①R_d, S_dに統計的特性値としての性格を持たせる場合に必要となる"超過確率"をどの程度の値とするか

②R_d, S_dが設定されている場合、γ_I及びγ_Iを決定する際に必要となる構造物の許容破壊確率をどう決定するか

そして、R，Sの分布形がデータ不足のため正確に判定できない場合に、i)確率変数の分布形状（特に裾部の形状）から超過確率を決定し、ii)総費用最小化の原則と総損失費用の期待値を最小にするという考え方を導入して安全係数を決定する方法について考察する。

2．分布形の裾部の形状と設計用値の決定

(1)の照査式を図示したのがFig.1である。これより、信頼性解析上注目されるのは、Rについては下方裾部の非超過確率$e_R = F_R(R_d)$，Sについては上方裾部の超過確率$e_S = 1.0 - F_S(S_d)$であることがわかる。

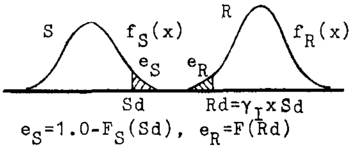

Fig.1　Design Format

ところで、一般によく用いられる分布形として

Rに対して　正規分布(N)，対数正規分布(LN)，極値Ⅰ型最小値分布(EXT1S)，極値Ⅲ型Weibull分布(EXT3)

Sに対して　正規分布(N)，対数正規分布(LN)，極値Ⅰ型最大値分布(EXT1L)，極値Ⅱ型分布(EXT2)

が挙げられよう[2]。そこで、ここに列挙した各分布形の非超過確率及び超過確率F(x)，1.0－F(x)と平均値からの隔たりx/μ_x（μ_x：平均値）との関係を、変動係数をパラメータとして示したのがFig.2である。変動係数の値により多少差異はあるものの、F(x)，1.0－F(x)≧0.1であれば、その値に対応するx/μ_xの値はどの分布形を選択してもほとんど同じとなることがわかる。また、変動係数が0.1の場合には、F(x)，1.0－F(x)≧0.05としてもx/μ_xの値にそれほど差はない。

すなわち、データ不足等のため分布形を正確に判定できない場合には、設計用値として、R，S各々の分布形の10％程度以上（変動係数が0.1程度以下の場合には5％程度以上）の裾部の値（fractile value）に対応する値を採用しておくと、分布形の仮定の違いによる差がほとんど生じないことがわかる。

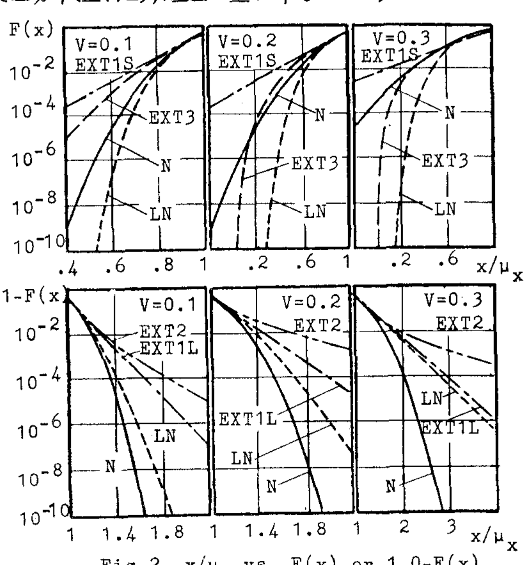

Fig.2　x/μ_x vs. F(x) or 1.0-F(x)

3. 最適な安全係数の決定

前節では，R_d, S_dとして各々の分布形の10％程度以上の裾部の値に対応する値を採用しておけば，R_d, S_dの値は分布形によらずほぼ一定となることが示された。 しかし，R_d, S_dの値をこのように設定しておいても，安全係数γ_Iの値が大きくなると，達成される破壊確率P_Fが分布形の仮定に対してかなり敏感となることがFig.3よりわかる。 例えば，$\gamma_I=1.2$ の場合には，いずれの分布形の組合せに対してもP_Fの値はほぼ10^{-2}になる。 これに対して$\gamma_I=1.8$では，P_Fは10^{-3}～10^{-8}となり，約5オーダーの差が生じている。 別の見方をすると次のようにもいえる；目標とする信頼性レベル（破壊確率）P_F^tとして10^{-4}が得られたとする。 この$P_F^t=10^{-4}$を達成するためには，(R, S)=(LN, N)の組合せであれば$\gamma_I=1.4$であるのに対し，(EXT3, LN)の組合せでは$\gamma_I=1.75$となる。

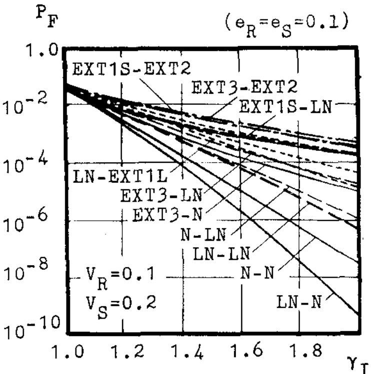

Fig.3 γ_I vs. P_F

そこで本節では，以下の様な定式化に基づいてγ_Iの値を決定する方法について述べる。

(i) 定式化　構造物の総費用C_Tを $C_T=C_I+P_F\cdot C_F$ （C_I：初期建設費用，P_F：破壊確率，C_F：構造物が破壊した時の損失費用） で表わし，このC_Tを最小とする破壊確率を目標とする信頼性レベルP_F^tとする〔総費用最小化の原則〕。 任意のγ_Iを用いて設計した時に達成される破壊確率P_Fは，前述した様に分布形の組合せによって異なる。 そこで，i番目の分布形の組合せ（$i=1$～16，前記の分布形に対し16通りの組合せを仮定）を選択した時に達成される破壊確率をP_F^iとして，その場合の損失費用を次のように評価する。

①$P_F^i>P_F^t$の場合 ― C_Iとしては投資不足であるためC_I自体に損失はないが，その不足分に応じて破壊による被害は大きくなり，破壊費用C_Fが増大する分だけ損失があるとする。 従って，この場合の損失費用C_{loss}^iは $C_{loss}^i(\gamma_I)=P_F^i\cdot C_F(P_F^i)-P_F^t\cdot C_F(P_F^t)$ で表わされるとする。 （$C_F(P_F)$：P_Fで設計された時の破壊費用）

②$P_F^i\leq P_F^t$の場合 ― C_Iとしては過剰投資で損失はあるが，C_Fはその分だけ減少すると仮定する。 この時の損失費用C_{loss}^iは，$C_{loss}^i(\gamma_I)=\{C_I(P_F^i)+P_F^i\cdot C_F(P_F^i)\}-\{C_I(P_F^t)+P_F^t\cdot C_F(P_F^t)\}$ で評価できるとする。

ただし，$C_I(P_F)=C_I(P_F^t)\times(1.0-0.08\log_{10}\frac{P_F}{P_F^t})$：$P_F$で設計された時の初期建設費用，$C_F(P_F)=C_F(P_F^t)\times\left\{\frac{\log_{10}P_F^t}{\log_{10}P_F}\right\}^{1/2}$ と仮定している（これらの仮定の根拠については講演時に譲る）。 この①，②いずれかの場合が16通りの分布形の組合せについて生じる。 従って，任意の安全係数γ_Iを採用した場合の総損失費用の期待値は，$C_{loss}(\gamma_I)=\sum_{i=1}^{16}\frac{1}{16}C_{loss}^i(\gamma_I)$ ----(2) で表わされる。
（各分布形の組合せを選択する確率は一様で，$\frac{1}{16}$としている。）
この(2)式の$C_{loss}(\gamma_I)$を最小とするγ_Iを選択すべき値とするのである。

(ii) 数値計算例　所与の値（Fig.4内に記載）のもとで，γ_Iと$C_{loss}(\gamma_I)$の関係を示したのがFig.4である。 これより，総損失費用の期待値$C_{loss}(\gamma_I)$を最小とする$\gamma_I=\gamma_{I\,opt}$は，$e_R=e_S=10$％とした場合 $\gamma_{I\,opt}\fallingdotseq1.65$，$e_R=5$％，$e_S=10$％とした場合には $\gamma_{I\,opt}\fallingdotseq1.50$ となることがわかる。

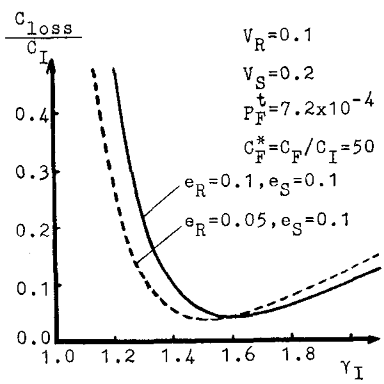

Fig.4 γ_I vs. C_{loss}

4. むすび

不確定量に関するデータが不十分で，分布形を正確に判定できない場合には，強度・荷重の設計用値として各々10％程度以上の裾部の値を採用しておくと，分布形の仮定の違いによる差はほとんど生じないことがわかった。 また，あらかじめ設計用値が設定されている場合の安全係数の決定法の1つとして，総費用最小化の原則と総損失費用の期待値を最小にするという考え方を導入して決定する方法を提案した。

〔参考文献〕 1) 構造工学委員会構造物安全性小委員会：安全性照査のための構造設計規準策定のガイドライン案について，土木学会誌 1980年9月号． 2) J. Ferry Borges and M. Castanheta：Structural Safety，LNEC，1971．