

東北大学 学生員 ○兼原 徹郎
 東北大学 正 員 尾坂 芳夫
 東北大学 正 員 鈴木 基行

1. まえがき

構造物の各種限界状態に対する安全性を確率統計理論を用いて解析する手法は、その理論の厳密さと安全性の確保の仕方により水準Ⅲ,Ⅱ,Ⅰに大別することができる。水準Ⅲは完全な確率論的方法であり、水準Ⅰはいわゆる部分安全係数法である。これに対し水準Ⅱは、確率理論や不確かさの記述において単純化あるいは近似的取り扱いを行う方法で、限界状態に対する安全性の評価検証は安全性指標 β 又はこれと等価な尺度を用いて行い、さらに各構造変数に用いられる部分安全係数は安全性指標に対応して求めることができる。しかし水準Ⅱの方法により得られる部分安全係数は、限界状態式(8)関数の中に含まれるすべての構造変数のパラメーターの関数であり、設計条件ごとに変化する。部分安全係数設計法がより実用的なものである為には、1組の部分安全係数が広範囲の設計条件に対して適用できると共に、目標とする信頼性レベルとのズレが小さなものでなければならない。

本研究は、構造変数を強度を表わす確率変数 R 及び荷重を表わす確率変数 F の2変数とし、4種類の(8)関数について実的部分安全係数評価の可能性を検討したものである。

2. 理論の展開及び結果

(8)関数としては次の4式を用いた。

$$\textcircled{1} R-F=0 \quad \textcircled{2} \ln R-F=0 \quad \textcircled{3} R-\ln F=0 \quad \textcircled{4} \ln R-\ln F=0$$

以下では⑤式を用いて理論の展開を行う。ゆく。

R 及び F の平均値、変動係数を $\bar{R}, \bar{F}, V_R, V_F$ とする。

すると $P(=\ln R)$ の平均値 $\bar{P}$ 及び変動係数 V_P は①,②式のように近似的に表わすことができる。

$$\bar{P} = \ln \bar{R} \quad \textcircled{1} \quad V_P = V_R / \ln \bar{R} \quad \textcircled{2}$$

この変換式を用い、さらに③,④式により標準化を行うと、⑤式は⑥式のようにになる。

$$\gamma = (P - \bar{P}) / \sigma_P \quad \textcircled{3} \quad f = (F - \bar{F}) / \sigma_F \quad \textcircled{4}$$

$$g(\gamma) = S \cdot \exp\{\gamma \cdot V_R\} - (1 + f \cdot V_F) = 0 \quad \textcircled{5}$$

ここで σ_P, σ_F は P, F の標準偏差であり、 $S(=\bar{R}/S)$ は中央安全率である。

標準化空間における原点から $g(\gamma)=0$ までの距離は $\sqrt{\gamma^2 + f^2}$ であり、Hasofer, Lindの定義による安全性指標 β^* は⑥式で与えられる。

$$\beta^* = \min \{\sqrt{\gamma^2 + f^2}\} \quad \textcircled{6}$$

⑤式及び⑥式を用いることにより、 β^* の値ごとに V_F-S の関係を求めることができる。図1の実線は、 $\beta^*=4$ の場合の V_F-S 関係を示したものである。

ここで部分安全係数を⑦,⑧式のように与える。

$$\gamma_R = R_k / R^* \quad \textcircled{7} \quad \gamma_F = F^* / F_k \quad \textcircled{8}$$

R_k, F_k は強度及び荷重の特性値であり、強度の下5% fractile 及び荷重の上5% fractile を用いると⑨,⑩式のようにになる。

$$R_k = \bar{R} \cdot \exp\{-1.645 V_R\} \quad \textcircled{9} \quad F_k = \bar{F} \cdot (1 + 1.645 V_F) \quad \textcircled{10}$$

R^*, F^* はそれぞれの設計値で、 $R^* = F^*$ であり、 β^* を与える点の値で、 f^* を用いて⑪,⑫式のように表わせる。

$$R^* = \bar{R} \cdot \exp\{f^* V_R\} \quad \textcircled{11} \quad F^* = \bar{F} \cdot (1 + f^* V_F) \quad \textcircled{12}$$

⑨,⑪式を⑦式に、⑩,⑫式を⑧式にそれぞれ代入することにより、各々の部分安全係数は⑬,⑭式で与えられる。

$$\gamma_R = \exp\{-f^* V_R - 1.645 V_R\} \quad \textcircled{13} \quad \gamma_F = (1 + f^* V_F) / (1 + 1.645 V_F) \quad \textcircled{14}$$

このようにして求めた部分安全係数を図2に実線で示す。次に各 V_R ごとに得られた V_F-S の関係を⑤式を用いて線形近似する。

$$S = a(V_R) \cdot (1 + b \cdot V_F) \quad \textcircled{15}$$

$a(V_R)$ は各 V_R ごとに求め、 b は V_R によらず定数とする。

このようにして線形近似した V_F-S の関係を図1に点線で示す。

ここで γ_R 及び γ_F なる量を⑬,⑭式のように定義する。

$$\gamma_R = \gamma_R(R_k / R_k) \quad \textcircled{16} \quad \gamma_F = \gamma_F(F_k / F_k) \quad \textcircled{17}$$

繰戻率は中央安全率に等しくなるので ⑤式に代入することにより⑮式を得る。

$$\gamma_R \gamma_F = a(V_R) \cdot (1 + b \cdot V_F) \quad \textcircled{18}$$

これより g_R, g_F は⑭, ⑮式のように表わすことができる。

$$g_R = Q(V_R) \text{----⑭} \quad g_F = (1+b \cdot V_F) \text{----⑮}$$

⑭, ⑮式及び⑭, ⑮式をそれぞれ用いると、 γ_R, γ_F は⑭, ⑮式のようになる。

$$\gamma_R = Q(V_R) \exp\{-1.645 V_R\} \text{----⑭} \quad \gamma_F = (1+b \cdot V_F) / (1+1.645 V_F) \text{----⑮}$$

⑭, ⑮式を用いることにより得られた結果を図2に点線で示す。線形近似前には γ_R が V_R , γ_F が V_F の両者の関数であつたのに対し、線形近似後には γ_R は V_R のみ、 γ_F は V_F のみの関数となっていることがわかる。

これまでは限界状態式が $g(c) = \ln R - F = 0$ で表わされる場合について述べてきたが、他の $g(c)$ 関数については⑭, ⑮式により得られる部分安全係数を図3, 4, 5に示す。又各 $g(c)$ 関数の線形近似後の部分安全係数を用いた場合、安全性指標 β^* が目標とする信頼性レベル $\beta_T^* = 4$ からどの程度ズレるかを表1に示す。表1には強度及び荷重の確率分布形を正規分布又は対数正規分布とし、数値積分を行うことにより求めた破壊確率も併せて示した。

表1 線形近似による β^* のズレ($\beta_T^* = 4$)

$g(c)$ 関数	安全性指標 β^*	数値積分より求めた破壊確率
$R - F = 0$	3.81~4.42	$6.90 \times 10^{-5} \sim 4.80 \times 10^{-6}$
$\ln R - F = 0$	3.85~4.20	$6.83 \times 10^{-5} \sim 1.37 \times 10^{-5}$
$R - \ln F = 0$	3.38~4.17	$3.47 \times 10^{-5} \sim 8.62 \times 10^{-6}$
$\ln R - \ln F = 0$	3.37~4.17	$3.86 \times 10^{-5} \sim 7.33 \times 10^{-6}$

3. まとめ

得られた結果をまとめると次のようになる。

- 各 $g(c)$ 関数について $V_F - S$ の関係を $S = Q(V_R) \cdot (1+b \cdot V_F)$ の形で線形近似し、 $\gamma_R = \gamma_R(V_R)$, $\gamma_F = \gamma_F(V_F)$ の形で表わした場合、安全性指標 β^* は表1のような範囲となり、各 $g(c)$ 関数とも比較的目标とする信頼性レベル $\beta_T^* = 4$ からのズレは小さかった。

- $g(c)$ 関数の違いにより γ_R, γ_F は異なつた値となつた。特に荷重を $\ln F$ とした場合 γ_F は非常に大きな値となり、逆に γ_R の値は1.0以下となつた。

以上 $g(c)$ 関数が強度と荷重の2変数で表わされる場合について、各変数に対する部分安全係数を評価してきたが、 $g(c)$ 関数の違いにより部分安全係数はかなり異なつたものとなる為、強度及び荷重の分布形についての考察が必要である。さらに強度や荷重が複数個の構造変数で与えられる場合、それぞれの構造変数に対する部分安全係数を、信頼性レベルの目標値に対するズレが小さくかつ広範囲にわたつて適用できるように評価する方法について検討する必要がある。

図4 部分安全係数($g(c) = R - \ln F = 0$)

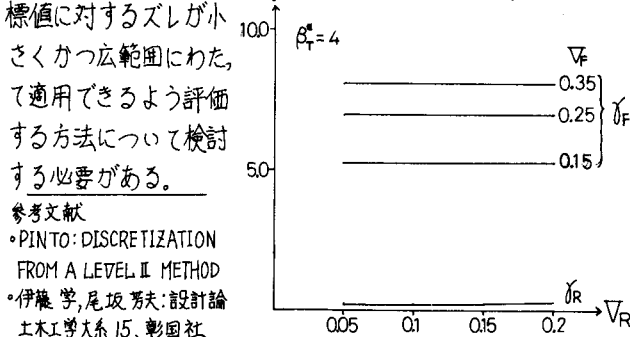


図1 $V_F - S$ 関係

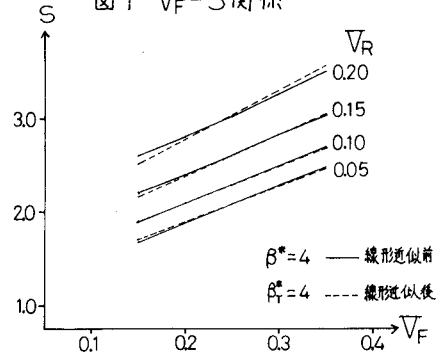


図2 部分安全係数($g(c) = \ln R - F = 0$)

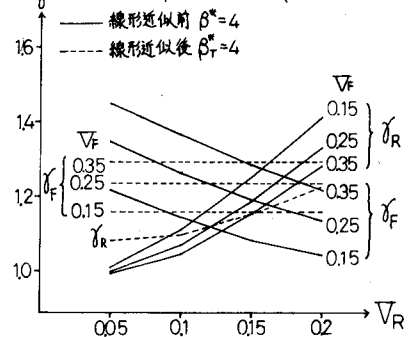


図3 部分安全係数($g(c) = R - F = 0$)

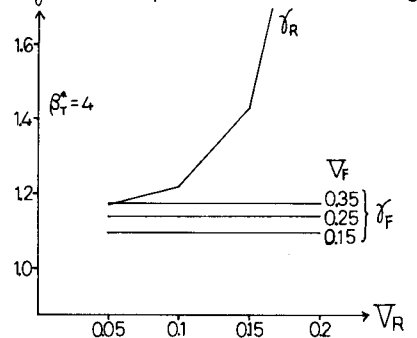


図5 部分安全係数($g(c) = \ln R - \ln F = 0$)

