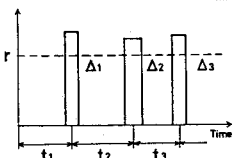


鳥取大学工学部 正会員 ○白木 渡
鳥取大学工学部 正会員 高岡 宣善

1. まえがき 構造物に作用する荷重の多くは構造物の耐用期間中時間的に不規則に変動する不規則過程であり、構造物には通常それらのいくつかが組合さって作用する。したがって構造設計においては、時間軸上での不規則荷重の組合せ作用の評価ということが重要な問題となる。このような観点と設計上の簡便さということとを考慮して先の報告¹⁾では、荷重を時間軸上で変動する不規則系列でモデル化した過載荷重モデルを用いて荷重の組合せ作用を合理的に評価する方法を示した。ここでは、先に示した評価法の有効性を示すために、過載荷重モデルを用いて得られた組合せ荷重値と荷重の有効なモデルの1つと考えられているB-C過程モデルを用いて得られる組合せ荷重値との比較を行う。計算例としては、鳥取地方における雪荷重と風荷重の組合せ問題を考える。

2. 過載荷重モデルによる荷重の組合せ作用の評価¹⁾ 過載荷重とは、ごく短時間であるが通常のレベルを著しく超過して構造物の安全性を損なうような荷重であり、不規則な時間区間ごとに現われ、不規則な作用継続時間 $\bar{\Delta}$ を有する荷重系列と考える(Fig.1参照)。いま、過載荷重の不規則系列が定常で、それが生起するという事象が構造物の破壊であると考え、期間 T における構造物の破壊確率 Q は、式(1)で与えられる。ここに、 q は過載荷重が仕意の時点に生起する確率で式(2)で与えられる。式(2)において、 $\bar{\Delta}$ 、 $\bar{E}$ はそれぞれ $\bar{\Delta}$ 、 $\bar{E}$ の期待値であり、 $F(t)$ は仕意の時点における荷重の大きさの確率分布関数である。さて、互いに独立な2つの過載荷重 $\tilde{L}_1(t)$ 、 $\tilde{L}_2(t)$ の和 $\tilde{L}_c(t) = \tilde{L}_1(t) + \tilde{L}_2(t)$ について、その組合せ作用を評価する。この荷重の組合せ作用は、期間 T の間に少なくとも1回2つの過載荷重が重なり合う確率 Q_{12} を用いて評価できる。この確率 Q_{12} は、式(3)で与えられる。ここに、 q_{12} は2つの過載荷重が仕意の時点に同時に生起する確率、 $\bar{\Delta}_{12}$ は2つの過載荷重の同時作用継続時間でそれぞれ式(4)、(5)で与えられる。



$$Q = qT / \bar{\Delta} \quad (1)$$

$$q = \bar{\Delta} / \bar{E} = 1 - F(t) \quad (2)$$

$$Q_{12} = q_{12}T / \bar{\Delta}_{12} \quad (3)$$

$$q_{12} = q_1 q_2 = \bar{\Delta}_1 \bar{\Delta}_2 / (\bar{E}_1 \bar{E}_2) \quad (4)$$

$$1 / \bar{\Delta}_{12} = 1 / \bar{\Delta}_1 + 1 / \bar{\Delta}_2 \quad (5)$$

3. B-C過程モデルによる荷重の組合せ作用の評価 荷重の有効なモデルの1つにB-C過程モデルがある²⁾。このモデルでは、荷重は一定区間で(確定量)ごとに変化し、その区間における荷重の大きさは一定値をとると考える。また、各々の時間区間内で同一の分布法則に従い、各時間区間で相互に独立な確率変数であると考え、このモデルは過載荷重モデルとは異なり通常レベルの荷重を対象としており、常時荷重が作用しているBasic Type (Fig.2-a参照)とある時間区間においては荷重がまったく作用しないMixed Type (Fig.2-b参照)の2つのタイプが考えられる。期間 $(0, T)$ において、このB-C過程のBasic Typeで表わされる荷重がレベル r を超過する確率 Q は、連続不規則過程の場合と同様に考えて、式(6)で求められる。

$$Q = G(r) + \nu(r)T \quad (6)$$

$$\text{式(6)において、} G(r) \text{は時間原点} t=0 \text{で荷重がレベル} r \text{を超} \quad G(r) = 1 - F(r) \quad (7)$$

$$\text{過する確率、} \nu(r) \text{は荷重のレベル} r \text{に対する単位時間当り} \quad \nu(r) = \frac{1}{T} F(r) \{1 - F(r)\} \quad (8)$$

$$\text{の平均超過率で、それぞれ式(7)、(8)で表わされる。式(7)、(8)} \quad F(r) = p + (1-p)F^*(r) \quad (9)$$

$$\text{において、} F(r) \text{は時間区間でにおける荷重の大きさの確率} \quad \nu(r) = \frac{1}{T} \{p + (1-p)F^*(r)\} \quad (10)$$

$$\text{分布関数である。また、Mixed Typeの場合も仕意の時点で荷} \quad \times (1-p) \{1 - F^*(r)\}$$

重が作用しない確率 p を導入することによって、Basic Typeの場合と同様な評価が可能であり、この場合の $F(r)$ 、 $\nu(r)$ は式(9)、(10)で表わされる。式(9)、(10)において、 $\delta(x)$ はDirac

のデルタ関数で、 $F^*(r)$ は荷重の大きさの条件付き確率分布関数である。さて、以上示

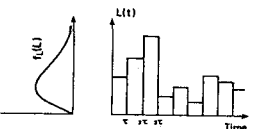


Fig.2-a B-C Model-Basic Type

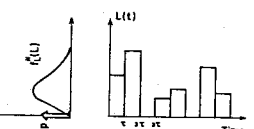


Fig.2-b B-C Model-Mixed Type

したB-C過程モデルを用いて荷重の組合せ作用を評価する場合、よく用いられる方法として最大値分布による方法、超過の理論を用いる方法および近似的な評価法の3つがあるが²⁾、ここでは超過の理論を用いる方法についてのみ示すことにする。いま、2つのB-C過程でモデル化した荷重 $\tilde{L}_1(t)$, $\tilde{L}_2(t)$ の線形組合せ作用 $\tilde{L}(t) = \tilde{L}_1(t) + \tilde{L}_2(t)$ を考える。ただし、各々の荷重の作用継続時間 t_1 , t_2 の間に $t_1 > t_2$ の関係があるとする。この方法は、時間区間 $(0, T)$ において和の荷重過程 $\tilde{L}(t)$ が与えられたレベル r を超過する確率 Q を用いて荷重の組合せ作用を評価しようとするもので、その評価式は式(11)で表わされる²⁾。ここに、 $G_{L_i}(r)$ は、 $\tilde{L}_i(t)$ が時間原点においてレベル r を超過する確率、 $L_i^*(r)$ は $\tilde{L}_i(t)$ のレベル r に対する単位時間当りの平均超過率で、それぞれ式(12), (13)で与えられる。ここに、 $L_1(r)$, $L_2(r)$ はそれぞれ $\tilde{L}_1(t)$, $\tilde{L}_2(t)$ のレベル r に対する単位時間当りの平均超過率で、式(8), (10)で評価できる。

$$Q = G_{L_i}(r) + L_i^*(r) \cdot T \quad (11)$$

$$G_{L_i}(r) = \int_0^T f_i(x) [1 - F_i(r - L_i(x))] dx \quad (12)$$

$$L_i^*(r) = \int_0^T f_i(x) L_i^*(r - x) dx + \int_0^T f_i(y) L_i^*(r - y) dy \quad (13)$$

4. 荷重組合せ係数の決定法 以上示した荷重の組合せ作用に関する2つの評価式(3), (11)を用いれば、規定の破壊確率 Q_k に対して設計用の組合せ荷重値が決定できるが、実際問題としては、組合せ荷重値を荷重係数や荷重組合せ係数を含んだ形で評価できれば、現行の設計規準との対応がついて便利である。しかしながら、これは一般に非常に難しい問題である²⁾。しかし過載荷重モデルを用いた評価法の場合については、以下に示すような方法で荷重係数および荷重組合せ係数の決定が可能である。さて、複数個の荷重の作用を受ける構造物が破壊しないためには、式(4)の不等式が成立していなければならない。ここに、 C_i は構造物の影響係数、 $\tilde{L}_i(t)$ は不規則荷重、 $\tilde{R}$ は耐荷力である。いま、個々の荷重作用 $C_i \tilde{L}_i(t)$ に $C_i \tilde{L}_i(t) \leq L_i^*$, ..., $C_n \tilde{L}_n(t) \leq L_n^*$ (14) に対応する荷重の許容レベル L_i^* を想定し、各荷重作用に対して式(15)のような不等式 $[R] = L_1^* + L_2^* + \dots + L_n^*$ (15) を考える。この荷重の許容レベルは、耐荷力の設計値 $[R]$ として式(16)を満たすように決定する。荷重 $\tilde{L}_i(t)$ の公称値を $[L_i]$ とし、さらに荷重係数 γ_i を導入することによって式(15)の各々に対して式(17)を得る。式(15)の各々をそれに対応する式(17)の各々で除すと、式(18)のような n 個の不等式が得られる。したがって、各荷重 $\tilde{L}_i(t)$ の公称値 $[L_i]$ が既知であれば、式(18)の各々の左辺が右辺の1を超える事象の確率をそれぞれ Q_k/n にすることによって、式(19)から荷重係数 γ_i が決定できる。荷重係数 γ_i が決定されると、各荷重の公称値 $[L_i]$ および影響係数 C_i を用いて個々の荷重設計値 $C_i \gamma_i [L_i]$ が得られる。これらの総和を設計用の組合せ荷重値とすれば、そのような値を個々の荷重作用 $C_i \tilde{L}_i(t)$ が超える事象の確率は明らかに Q_k/n よりもずっと小さい。また、各々の荷重作用の組合せ効果によってそのような組合せ荷重値を超える事象の確率も Q_k より小さいと考えられる。したがって、このような値はいくらか低減できる。これを考慮するものとして荷重組合せ係数 ψ という低減係数を導入し、式(20)を設計用の組合せ荷重値とする。式(14)と式(20)で除すと式(21)が得られる。ここに、 p_i は式(22)で与えられる。式(21)において耐荷力 $\tilde{R}$ が確定量であれば、右辺は1となり ψ は式(21)の左辺の荷重組合せ作用に関する項が右辺の1を超える事象の確率が規定の破壊確率 Q_k になるという条件から決定できる。

$$C_1 \tilde{L}_1(t) + C_2 \tilde{L}_2(t) + \dots + C_n \tilde{L}_n(t) \leq \tilde{R} \quad (14)$$

$$C_i \tilde{L}_i(t) \leq L_i^*, \dots, C_n \tilde{L}_n(t) \leq L_n^* \quad (15)$$

$$[R] = L_1^* + L_2^* + \dots + L_n^* \quad (16)$$

$$C_i \gamma_i [L_i] = L_i^*, \dots, C_n \gamma_n [L_n] = L_n^* \quad (17)$$

$$\frac{\tilde{L}_i(t)}{\gamma_i [L_i]} \leq 1, \dots, \frac{\tilde{L}_n(t)}{\gamma_n [L_n]} \leq 1 \quad (18)$$

$$P\left\{\frac{\tilde{L}_i(t)}{\gamma_i [L_i]} \geq 1\right\} = \frac{Q_k}{n}, \dots, P\left\{\frac{\tilde{L}_n(t)}{\gamma_n [L_n]} \geq 1\right\} = \frac{Q_k}{n} \quad (19)$$

$$\psi \{C_1 \gamma_1 [L_1] + \dots + C_n \gamma_n [L_n]\} = [R] \quad (20)$$

$$\frac{C_i \tilde{L}_i(t)}{\gamma_i [L_i]} + \dots + \frac{C_n \tilde{L}_n(t)}{\gamma_n [L_n]} \leq \frac{\tilde{R}}{[R]} \quad (21)$$

$$p_i = \frac{Q_k \gamma_i [L_i]}{C_i \gamma_i [L_i] + \dots + C_n \gamma_n [L_n]} \quad (22)$$

5. 数値計算例 数値計算例として、鳥取地方における雪荷重と風荷重の組合せ解析を行った。雪荷重の分布としては式(23)で表わされるゲンベル分布を用い、風荷重としては式(24)で表わされるワイブル分布を用いた。結果の一例を表1に示す。表1はB-C過程モデルを用いた場合(Case 1)と過載荷重モデルを用いた場合(Case 2)の規定の破壊確率 $Q_k = 10^{-4}$ に対する組合せ荷重値を示したものである。ただし、雪荷重および風荷重の作用継続時間の期待値はそれぞれ $\bar{a}_1 = 15$ 日、 $\bar{a}_2 = 0.3$ 日とし、影響係数 $C_1 = C_2 = 1$ 、耐用期間 $T = 50$ 年とした。表からわかるように、Case 1 と Case 2 の結果にはほとんど差がないことがわかる。

$$F_1(L_1) \cdot \exp\left\{-\exp\left(\frac{764.3 - L_1}{60.3}\right)\right\} \quad (23)$$

$$F_2(L_2) = 1 - \exp\left\{-\exp\left(\frac{0.1458 L_2}{0.1458}\right)\right\} \quad (24)$$

表-1 (Unit: N/m²)

Q_k	10 ⁻¹	10 ⁻²	10 ⁻³	10 ⁻⁴	10 ⁻⁵
Case 1	3834	4775	5715	6656	7596
Case 2	3878	4818	5759	6699	7639

1) 十阪白木高周: 第34回土木学会講演要集, I-321, 1981-10. 2) C.J. Turkstra, H.Q. Madsen: Load Combinations in Codified Structural Design, ASCE, ST, 1982-12.