

鳥取大学工学部 正会員 高岡 宣善
鳥取大学工学部 正会員 白木 渡
鳥取大学大学院 〇学生員 奥野 三郎

1. まえがき 本研究では、ランダムな軸方向圧縮力と曲げモーメントの作用を受ける曲げ圧縮部材の信頼性解析を行なった。まず、セカント公式を用いて弾性域における曲げ圧縮部材の信頼度の評価式を示し、所要の信頼度のもとでの相関図を示した。次に、非弾性域についても解析を行ない、その場合の信頼度の評価式ならびに所要の信頼度のもとでの相関図を示した。

2. 曲げ圧縮部材の弾性域における信頼性評価式 Fig. 1に示すような

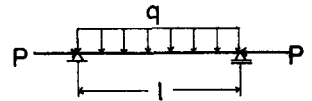


Fig. 1

両端ヒンジの曲げ圧縮部材を考える。この場合の曲げ圧縮部材の信頼度を評価するために、式(1)で表わされる強度の余裕とよばれる確率変数Zを導入する。

式(1)において、 σ_y : 降伏点応力; P : 軸方向圧縮力; M : 曲げモーメント; A : 部材の断面積; γ_e : σ_y, P, M の関数である。ここでは、強度の余裕Zは σ_y, P, M の3つの不規則なパラメータの関数であると考ええる。さて、式(1)における関数 γ_e を決定するために、式(2)に示す圧縮部材の近似解析式(セカント公式)¹⁾を利用する。式(2)において、

$$Z = \sigma_y - \frac{P}{\gamma_e(\sigma_y, P, M)A} \quad (1)$$

$$\sigma_{max} = \frac{P}{A} \left\{ 1 + \frac{MA}{P^2} \cdot \sec\left(\frac{\lambda}{2} \sqrt{\frac{P}{EA}}\right) \right\} \quad (2)$$

$$\sigma_y = \frac{P}{A} \left\{ 1 + \frac{MA}{P^2} \cdot \sec\left(\frac{\lambda}{2} \sqrt{\frac{P}{EA}}\right) \right\} \quad (3)$$

$$\gamma_e = \frac{4(a - \sqrt{a^2 - \mu^2/2})}{\mu^2} \quad (4)$$

$$\text{ただし、} \mu = \lambda \sqrt{\sigma_y/E}; a = \mu/8 + \frac{MA}{P^2} + 1$$

$$Z = \sigma_y - \frac{P \cdot \mu^2}{4A(a - \sqrt{a^2 - \mu^2/2})} \quad (5)$$

$$\bar{Z} = \bar{\sigma}_y - \frac{P \cdot \bar{\mu}^2}{4A(\bar{a} - \sqrt{\bar{a}^2 - \bar{\mu}^2/2})} \quad (6)$$

$$D_Z = A_1^2 D_{\sigma_y} + A_2^2 D_P + A_3^2 D_M \quad (7)$$

$$\text{ただし、} A_1 = 1 - \frac{P \cdot \lambda^2}{32AE} \cdot \frac{8\bar{\sigma}_y + \bar{\mu}^2 - (\frac{2\bar{\mu}^2}{\bar{a} - \bar{\sigma}_y})}{\bar{\sigma}_y(\bar{a} - \bar{\sigma}_y)}$$

$$A_2 = \frac{\bar{\mu}^2 (\frac{8\bar{\sigma}_y}{\bar{a} - \bar{\sigma}_y})}{4A(\bar{a} - \bar{\sigma}_y) \bar{\sigma}_y}, A_3 = \frac{\bar{\mu}^2}{4W(\bar{a} - \bar{\sigma}_y) \bar{\sigma}_y}$$

$$P_S = \frac{1}{\sqrt{2\pi D_Z}} \int_0^\infty \exp\left\{-\frac{(Z - \bar{Z})^2}{2D_Z}\right\} dZ \quad (8)$$

$$Q = 1 - P_S \quad (9)$$

W : 部材の断面係数; λ : 細長比; E : 部材の弾性係数である。いま、部材の最大応力 σ_{max} が降伏点応力 σ_y に達するときの部材の弾性限度を部材の最大強度とすると、式(2)は式(3)に変形される。ここで、 $\gamma_e = P/(A\sigma_y)$ とすれば式(3)は γ_e に関する超越方程式となる。この式を γ_e について近似的に解くと、 γ_e は σ_y, P, M の関数として、式(4)のように決定される。この γ_e を式(1)に代入すると強度の余裕Zは式(5)で与えられる。さらに、計算を簡単にするために線形近似理論²⁾を導入して式(5)を線形化し、強度の余裕Zの期待値 $\bar{Z}$ と分散 D_Z を求めるとそれぞれ式(6)と式(7)で与えられる。式(6)と式(7)において、 $\bar{\mu}, \bar{\sigma}_y, \bar{P}$ はそれぞれ μ, σ_y, P の期待値であり、 D_{σ_y}, D_P, D_M はそれぞれ σ_y, P, M の分散である。いま、 σ_y, P, M が正規確率変数であると仮定すると、それらのパラメータの線形関数である強度の余裕Zもまた正規確率変数であると考えられる。そうすると、この部材の信頼度 P_S および破壊確率 Q はそれぞれ式(8)、式(9)で与えられる。両式より、所要の信頼度のもとでの部材の軸方向圧縮力の期待値 $\bar{P}$ および曲げモーメントの期待値 $\bar{M}$ の関係、すなわち相関図を示すことができる。

3. 曲げ圧縮部材の非弾性域における信頼性評価式 通常、参考文献において用いられている曲げ圧縮部材の非弾性域における相関式は式(10)で与えられる。式(10)において、 P : 軸方向圧縮力; M_0 : 軸方向圧縮力 P を無視したときの部材の曲げモーメント; M_p : 全塑性モーメント; P_u : 終局軸方向圧縮力; C_m : 換算係数である。特に、 P_u は σ_y の条件により式(11)で与えられる。式(10)は軸方向圧縮力および部材端におけるモーメントを同時に受ける場合の式であるが、ここではFig. 1に示すような軸方向圧縮力および横荷重を同時に受ける

$$\frac{P}{P_u} + \frac{C_m \cdot M_0}{M_p(1 - P/P_e)} \leq 1 \quad (10)$$

$$P_u = \begin{cases} \sigma_y A (1 - 0.25 \frac{A}{P_e} \sigma_y) & \sigma_y \leq \frac{2P_e}{A} \\ P_e & \sigma_y > \frac{2P_e}{A} \end{cases} \quad (11)$$

$$\frac{P}{\sigma_y A (1 - 0.25 \frac{A}{P_e} \sigma_y)} + \frac{\sigma_y \cdot P}{\sigma_y (1 - P/P_e)} \leq 1 \quad \sigma_y \leq \frac{2P_e}{A} \quad (12)$$

$$\frac{P}{P_e} + \frac{\sigma_y \cdot P}{\sigma_y (1 - P/P_e)} \leq 1 \quad \sigma_y > \frac{2P_e}{A}$$

曲げ圧縮部材について考えることにする。この場合、相関式(10)は式(14)のように変形できる。式(12)において、 $\beta = r \cdot \lambda^2 / (8 \cdot M_p / \sigma_y)$ 、 β は横荷重である。この場合の曲げ圧縮部材の信頼度を評価するために、横荷重 β 、軸方向圧縮力 P および降伏点応力 σ_y の3つを互いに独立な正規確率変数と考え、安全性の余裕とよばれる新たな確率変数 w_1, w_2 を次式のように定義する。

$$w_1 = 1 - \frac{P}{\sigma_y A (1 - 0.25 \frac{\sigma_y}{F_E})} - \frac{\beta \cdot \beta}{\sigma_y (1 - \frac{P}{F_E})} \quad (\sigma_y \leq \frac{2F_E}{A}), \quad w_2 = 1 - \frac{P}{F_E} - \frac{\beta \cdot \beta}{\sigma_y (1 - \frac{P}{F_E})} \quad (\sigma_y > \frac{2F_E}{A}) \quad (13)$$

安全性の余裕 w_1, w_2 の確率密度は不規則関数の分布法則⁵⁾を用いて次式のように表わされる。

$$f_{w_1}(w_1) = \int_0^{\frac{2F_E}{A}} \int_0^{\frac{\beta(\sigma_y, w_1)}{\sigma_y}} h_1(\sigma_y, P, \beta_1) \left| \frac{d\beta_1}{d\sigma_y} \right| d\sigma_y dP; \quad f_{w_2}(w_2) = \int_{\frac{2F_E}{A}}^{\infty} \int_0^{\frac{\beta(\sigma_y, w_2)}{\sigma_y}} h_2(\sigma_y, P, \beta_2) \left| \frac{d\beta_2}{d\sigma_y} \right| d\sigma_y dP \quad (14)$$

ただし、 $h_i(\sigma_y, P, \beta_i) = \frac{1}{2\pi \sqrt{2\pi D_P D_{\sigma_y} D_{\beta}}} \exp\left\{-\frac{(P-\bar{P})^2}{2D_P}\right\} \cdot \exp\left\{-\frac{(\sigma_y-\bar{\sigma}_y)^2}{2D_{\sigma_y}}\right\} \cdot \exp\left\{-\frac{(\beta_i-\bar{\beta})^2}{2D_{\beta}}\right\} \quad (i=1, 2)$

$$\beta_1 = \frac{\sigma_y}{\beta} (1 - \frac{P}{F_E}) (1 - \frac{P}{\sigma_y A (1 - 0.25 \frac{\sigma_y}{F_E})} - w_1); \quad \beta_2 = \frac{\sigma_y}{\beta} (1 - \frac{P}{F_E}) (1 - \frac{P}{F_E} - w_2)$$

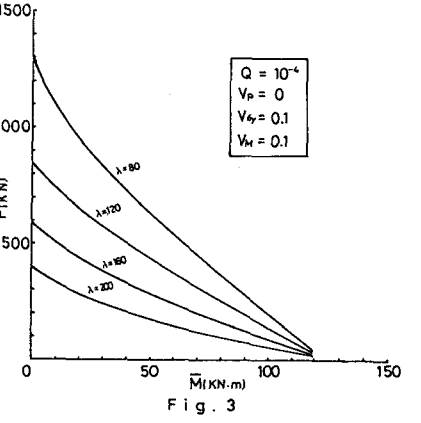
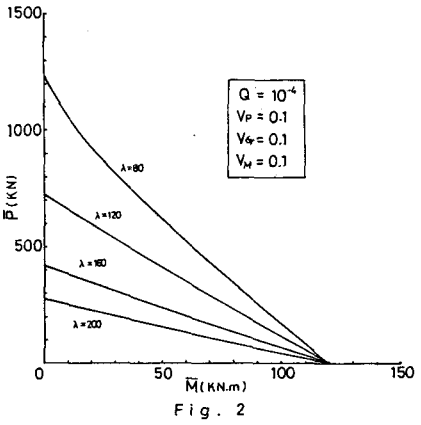
$$g_1(\sigma_y, w_1) = \sigma_y A (1 - w_1) (1 - 0.25 \frac{\sigma_y}{F_E}) \quad ; \quad g_2(\sigma_y, w_2) = F_E (1 - w_2)$$

そうすると、この部材の信頼度は安全性の余裕 w_1 が正となる確率と w_2 が正となる確率との和で表わすことができる。すなわち、この曲げ圧縮部材の信頼度は次式で与えられる。

$$R_S = \int_0^{\frac{2F_E}{A}} \int_0^{\frac{\beta(\sigma_y, w_1)}{\sigma_y}} \frac{\sigma_y}{\beta} (1 - \frac{P}{F_E}) \cdot h_1(\sigma_y, P, \beta_1) d\sigma_y dP dw_1 + \int_0^{\frac{2F_E}{A}} \int_0^{\frac{\beta(\sigma_y, w_2)}{\sigma_y}} \frac{\sigma_y}{\beta} (1 - \frac{P}{F_E}) \cdot h_2(\sigma_y, P, \beta_2) d\sigma_y dP dw_2 \quad (15)$$

式(15)を計算することにより所要の信頼度のもとでの曲げ圧縮部材の非弾性域における相関図を示すことができる。

4. 数値計算例および考察 以上示した諸式を用いて数値計算を行なう。たとえば、その一例をFig.2およびFig.3に示す。Fig.2は弾性域において、軸方向圧縮力 P 、降伏点応力 σ_y 、横荷重 β を正規確率変数としたときの部材の破壊確率 $Q=10^{-4}$ のもとでの軸方向圧縮力の期待値 $\bar{P}$ と曲げモーメントの期待値 $\bar{M}$ の相関図を示したものである。一方、Fig.3は非弾性域において、降伏点応力 σ_y と横荷重 β を正規確率変数とし、軸方向圧縮力 P を確定量としたときの部材の破壊確率 $Q=10^{-4}$ のもとでの P と $\bar{M}$ の相関図を示したものである。鋼材はともに、SS 41, $250 \times 250 \times 9 \times 14$ mmのH型钢を用いており、部材の弾性係数 $E = 2.1 \times 10^6$ kg/cm²、部材の降伏点応力の期待値 $\bar{\sigma}_y = 2400$ kg/cm²とした。このような相関図を種々のパラメータの組み合わせに併して作成しておく、曲げ圧縮部材を所要の信頼度のもとで設計することが可能となる。



1) C.重. ピケューギン: 鋼製 Beam-Column の信頼性評価, CMPC, PP. 7~11, 1978-6. 2) 小西一郎編: 鋼橋・基礎補工, 丸善, PP. 590~602, 1977. 3) 高岡宣義, 星谷勝, 尾坂芳夫編: 新体系土木工学12土木構造設計法, 技報堂出版, PP. 37~61, 1981-6. 4) Raider Bjorhorde, Theodore V. Galambos, Mayasandra K. Ravindra: LRFD CRITERIA FOR STEEL BEAM-COLUMNS, Jour. Str. Div, ASCE, PP. 1371~1387, 1978-9. 5) 高岡宣義: 工学のための応用不規則関数論, 共出版, 1975.