

広島工業大学工学部 正員 中山 隆弘
大阪大学工学部 正員 小松 定夫

1. まえがき 耐用期間中厳しい自然環境の中にさらされる構造物は、しばしばある限定時間にわたって、時間的に変動しない静的荷重と、現状では確率過程として扱わざるを得ない不規則変動荷重の作用を同時に受ける。その結果構造物の各部には零でない平均値を有する変動応力が発生することになる。例えば道路橋あるいは鉄道橋の各部材には死荷重および走行車両の静的効果による静的応力と、走行車両の動的効果による動的応力が同時に発生する。また自然風を受ける長大橋あるいは煙突・送電線用鉄塔等の塔状構造物の構造部材には、死荷重と平均風圧による静的応力に加えて、風の乱れに起因する動的空気力による動的応力が重畳して作用する。本研究はこの種の組合せ荷重を受ける構造部材の信頼性を、初通過破壊確率によって評価しようとするものである。本文ではまず部材の抵抗力を確率変数として初通過破壊確率の評価式を提示した後、若干の数値計算例を示して、静的荷重と動的荷重の荷重比と構造部材の信頼性の関係式について述べる。

2. 構造部材の初通過破壊確率 構造部材の振動継続時間中の任意時刻における部材抵抗力の確率分布は、その時刻までに部材が破壊しなかった事実によって下限に条件が付けられる。¹⁾ このとき部材に生ずる荷重効果 (load effect) $X(t)$ あるいはその包絡線 $Q(t)$ が抵抗力を超過する単位時間当りの回数の期待値 $\nu(t)$ は以下になる。なお紙面の都合上その誘導過程は省略し、結果のみを掲げておく。

(a) $X(t)$ の抵抗力超過

・抵抗力が正規分布をなす場合

$$\nu(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{\sigma_x}{\sigma_x} \exp\left(-\frac{\bar{m}^2 n^2}{2}\right) \int_{\frac{X_{max}^*}{\bar{m} \delta_s}}^{\infty} \exp\left(-\frac{1+\bar{m}^2 \delta_s^2}{2} r^2 + \frac{1+\bar{m}^2 \delta_s^2 n}{\delta_s} r\right) F_{X_{max}^*}(\bar{m} \delta_s r) dr / \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{r^2}{2} + \frac{r}{\delta_s}\right) F_{X_{max}^*}(\bar{m} \delta_s r) dr. \quad (1)$$

・抵抗力が対数正規分布をなす場合

$$\nu(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{\sigma_x}{\sigma_x} \exp\left(-\frac{\bar{m}^2 n^2}{2}\right) \int_{\frac{X_{max}^*}{\bar{m} \delta_s}}^{\infty} \frac{1}{r} \exp\left(-\frac{\bar{m}^2 \delta_s^2}{2} r^2 + \bar{m}^2 \delta_s n r\right) \exp\left\{-\frac{(\ln r + \ln \delta_s \sqrt{1+\delta_s^2})^2}{2 \ln(1+\delta_s^2)}\right\} F_{X_{max}^*}(\bar{m} \delta_s r) dr / \int_0^{\infty} \frac{1}{r} \exp\left\{-\frac{(\ln r + \ln \delta_s \sqrt{1+\delta_s^2})^2}{2 \ln(1+\delta_s^2)}\right\} F_{X_{max}^*}(\bar{m} \delta_s r) dr. \quad (2)$$

(b) $Q(t)$ の抵抗力超過

・抵抗力が正規分布をなす場合

$$\nu(t) = \frac{\bar{m} \delta_s}{\sqrt{2\pi}} \frac{\sigma_1}{\sigma_x} \exp\left(-\frac{\bar{m}^2 n^2}{2}\right) \int_{\frac{X_{max}^*}{\bar{m} \delta_s}}^{\infty} \left(r - \frac{n}{\delta_s}\right) \exp\left(-\frac{1+\bar{m}^2 \delta_s^2}{2} r^2 + \frac{1+\bar{m}^2 \delta_s^2 n}{\delta_s} r\right) F_{X_{max}^*}(\bar{m} \delta_s r) dr / \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{r^2}{2} + \frac{r}{\delta_s}\right) F_{X_{max}^*}(\bar{m} \delta_s r) dr. \quad (3)$$

・抵抗力が対数正規分布をなす場合

$$\nu(t) = \frac{\bar{m} \delta_s}{\sqrt{2\pi}} \frac{\sigma_1}{\sigma_x} \exp\left(-\frac{\bar{m}^2 n^2}{2}\right) \int_{\frac{X_{max}^*}{\bar{m} \delta_s}}^{\infty} \left(1 - \frac{n}{\delta_s r}\right) \exp\left(-\frac{\bar{m}^2 \delta_s^2}{2} r^2 + \bar{m}^2 \delta_s n r\right) \exp\left\{-\frac{(\ln r + \ln \delta_s \sqrt{1+\delta_s^2})^2}{2 \ln(1+\delta_s^2)}\right\} F_{X_{max}^*}(\bar{m} \delta_s r) dr / \int_0^{\infty} \frac{1}{r} \exp\left\{-\frac{(\ln r + \ln \delta_s \sqrt{1+\delta_s^2})^2}{2 \ln(1+\delta_s^2)}\right\} F_{X_{max}^*}(\bar{m} \delta_s r) dr. \quad (4)$$

式中、 $\bar{m}$ および n は、それぞれ $\bar{m} = \bar{\sigma}_x / \sigma_x$ および $n = \bar{x} / \bar{\sigma}_x$ で定義される無次元パラメータである。ここに $\bar{x}$ 、 σ_x および $\bar{\sigma}_x$ は、それぞれ $x(t)$ の平均値、 $x(t)$ の r.m.s. 値および初期抵抗力の平均値である。また σ_x は変動係数、 σ_x は $dx(t)/dt$ の r.m.s. 値 $\sigma_{\dot{x}}$ と $x(t)$ の代表的周波数 ω_m を用いて、 $\sigma_x^2 = \sigma_{\dot{x}}^2 - \omega_m^2 \bar{\sigma}_x^2$ から得られるパラメータである。さらに x_{max}^* は、 $[0, t^*]$ における $x(t)$ の最大値を x_{max} とするとき $x_{max}^* = x_{max} / \sigma_x$ で定義される無次元パラメータで、 $F_{x_{max}^*}(\xi)$ はその確率分布関数を表わしている。なお観時点においては $F_{x_{max}^*}(\xi)$ に対する厳密な表式は得られていないので、本研究では次の近似式を用いている。²⁾

$$F_{x_{max}^*}(\xi) = \left\{ 1 - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \operatorname{Erf} \left(\frac{\xi - \bar{m}n}{\sqrt{2}} \right) \right\} \exp \left\{ -t^* \exp \left\{ -\frac{(\xi - \bar{m}n)^2}{2} \right\} \right\} / \left\{ 1 - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \operatorname{Erf} \left(\frac{\xi - \bar{m}n}{\sqrt{2}} \right) \right\} \quad (5)$$

式中の t^* は、単位時間当りに $x(t)$ がその平均値 $\bar{x}$ を正の勾配あるいは負の勾配で横断する回数の期待値 λ を用いて、 $t^* = \lambda t$ で定義される無次元パラメータである。また $\operatorname{Erf}(u) = \int_{-\infty}^u \exp(-p^2) dp$ である。

式(1)～式(4)から理解できるように、それらの右辺の定積分の下限が確率量であるため $\lambda(t)$ もまた確率量になる。したがって本研究では次式によって新たに $x(t)$ あるいは $\dot{x}(t)$ が抵抗力を超過する回数の期待値 λ を $\lambda(t)$ を定義する。 $\lambda(t) = \int_0^t \lambda_f(\nu) d\nu$ (6) ここに、 $\lambda_f(\nu)$ は $\lambda(t)$ の確率密度関数であり、陽な形で表わすことはできないが、式(1) (あるいは式(2)～式(4)) と式(5)に基づいて離散的な密度関数として求めることは可能である。このとき、ある観測時間 t において静的荷重と動的荷重を受ける構造部材の初通過破壊確率 $P_f(t)$ は、ポアソン分布に従って、次式で与えられる。

$$P_f(t) = 1 - P_0(0) \exp \left\{ - \int_0^t \lambda(\tau) d\tau \right\} \quad (7)$$

ここに、 $P_0(0)$ は $t=0$ における部材の非破壊確率を表わしている。

3. 数値計算例 $\sigma_{\dot{x}}/\sigma_x$ および λ を共に $2\pi \text{ rad/s}$ とし、式(1)と式(7)を用いて計算した $P_f(t)$ を図-1に示す。なお抵抗力の変動係数は0.1、部材の振動継続時間は600秒としている。 n が大きく、 $\bar{m}$ が小さい程部材の破壊確率が大きくなることは自明であるが、図によって平均値の上に変動成分が重畳した振動性状を示す構造部材の破壊確率を定量的に評価することができ、次に図-1を利用して、部材に異なる静的荷重効果と動的荷重効果 σ_x を与える3種類の荷重モデル A, B, C (図-2) を想定し、各荷重モデルに対する部材の初通過破壊確率を考えてみる。ただし部材に生ずる総荷重効果 $\bar{x} + \sigma_x$ はいずれの荷重に対しても等しいものとする。ここに、 σ_x は $x(t)$ の非超過確率に関する定数で、ここでは2.55とする。表-1に示す結果より、たとえ総荷重効果が等しくても、静的荷重効果と動的荷重効果の割合(荷重比)により部材の安全性レベルが異なり、本計算例に関しては、動的荷重効果の割合が増加すれば、安全性レベルが低下していることがわかる。

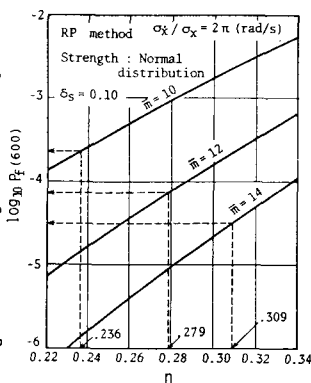
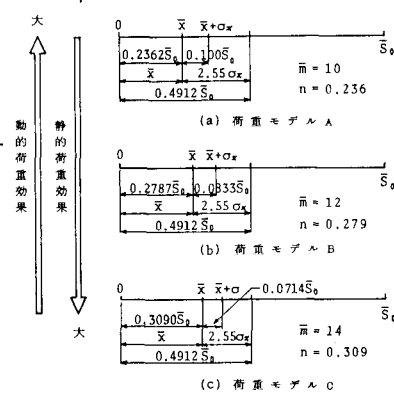


図-1 n と $P_f(t)$ との関係

図-2 静的荷重効果と動的荷重効果の割合

表-1 初通過破壊確率

Load	$\bar{m}$	n	$P_f(600)$
A	10.0	0.2362	2.3×10^{-4}
B	12.0	0.2787	7.4×10^{-5}
C	14.0	0.3090	3.2×10^{-5}

4. あとがき 不規則変動荷重に対する構造設計において、従来比較的小さな荷重比と安全性レベルとの関係をさらに明解にするには、より詳細な検討が必要であることは言うまでもないが、上述の計算例によって、アプローチの道筋が見出されたものと考えている。

1) 小池: 非破壊構造物の動的信頼性解析, 土木学会論文報告集, 第280号, pp. 1~11, 1978年12月。

2) 後藤 竜田: 構造物の不規則振動における最大応答の確率分布について, 京大防災研年報, No. 11A, pp. 239~253, 1968年3月。