I-29　　数理計画手法を用いない最適耐震設計法に関する研究

京都大学　工学部　　正員　　古川　浩平
京都大学　工学部　　正員　　山田　善一
日本道路公団　　　　正員　　吉村　洋司

1．まえがき

構造物の最適化を行なう場合、主として次の2種の方法が考えられる。

（イ）　ＳＵＭＴ、ＳＬＰ等の数理計画手法を用いた最適化

（ロ）　最適性規準を用い、数理計画手法を用いない最適化

構造物の最適化においては、目的関数や制約条件は一般に非線形となり、（イ）に示したような各種の非線形計画法がよく用いられている。この手法は非常に汎用的であるが、多変数問題では収束性や計算時間等の点で問題が残されている。これらの問題を解決する他の方法として、（ロ）の手法が開発されてきた。この方法は前もって満足すべき最適性の条件を規定した上で、反復手法により最適化を行なうもので、その長短所は（イ）と正反対の点があげられる。

地震荷重下における最適化問題にも、この数理計画手法を用いない方法が適用されている。[1)～3)] これらはいずれも単一の制約条件下での最適化問題を取り扱っていた。設計においては基本的に、変位・応力・最小断面積の3制約が必要であるが、数理計画手法を用いずにこれらの3制約を考慮した最適耐震設計法はいまだ開発されていない。本研究において、上記の変位・応力・最小断面積の3制約を考慮した最適耐震設計法を開発した結果を報告するものである。

2．最適耐震設計法の定式化

耐震設計における最適化問題の表式　　本研究で取り扱う最適化問題は次のように表現できる。目的関数として、構造物の総重量Wをとり、

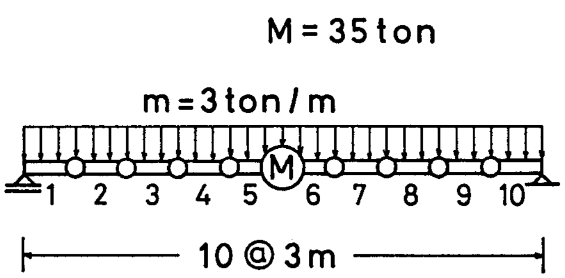
$$W = \sum_i A_i l_i \rho_i \longrightarrow \min \qquad (1)$$

ここに、A_i、l_i、ρ_i はおのおのi要素の断面積、要素長、比体積重量、である。制約として次の3種を考える。

$$\text{変位制約} \qquad x_1 \leqq x_a \qquad (2)$$

$$\text{応力制約} \qquad |\sigma_i| \leqq \sigma_a \qquad (3)$$

$$\text{最小断面積制約} \qquad A_i \geqq A_{min} \qquad (4)$$



図－1　計算例に用いた単純梁

ここに、x_1 は注目点変位、x_a は注目点の許容変位、σ_i はi要素の応力、σ_a は許容応力、A_{min} は許容最小断面積、である。

動的最適性規準　　筆者らの過去の研究[3)]で得られている次式に示す ν_i を全要素で等しくする。

$$\nu_i = \frac{2\,x^t K_i\, x - \lambda\, x^t M_i\, x}{A_i l_i \rho_i \cdot x^t M x} \qquad \text{where} \qquad \lambda = \frac{x^t K x}{x^t M x} \qquad (5)$$

ここに、x は動的変位、M、K は質量、剛性マトリックス、M_i、K_i はi要素の質量、剛性マトリックス、である。

変位制御と最少重量化　　動的変位が式（2）に示す制約条件を満たすという条件と動的最適性規準から、反復過程におけるi要素の断面変化量 ΔA_i は次式で求められる。式（6）の右辺第一項は変位制御に相当し、第二項が動的最適性規準 ν_i を全要素で等しくするためのものである。

$$\Delta A_i \geqq \frac{(x_1^n / x_a - 1)\lambda^n}{\sum_i \mu_i} + \alpha(\nu_i - \bar{\nu}) \qquad (\sum_i \mu_i > 0) \tag{6}$$

ここに、上添字nは反復回数、αは定数、$\bar{\nu}$は固有値の変化がゼロという条件から求まる定数、μ_iは固有値の対断面積変化率であり、ν_iを用いて次式で表わされる。

$$\mu_i = l_i \dot{\rho}_i \nu_i \tag{7}$$

応力制御　応力に関する反復過程での断面積変化量ΔA_iは、式（3）と全応力設計の考えを用いて次式で示される。

$$\Delta A_i \geqq (|\sigma_i| / \sigma_a - 1) A_i^n \tag{8}$$

最小断面積制約　反復過程において、式（4）の最小断面積制約を満たす断面積変化量ΔA_iは次式で求められる。

$$\Delta A_i \geqq A_{min} - A_i^n \tag{9}$$

反復最適化過程　式（6）、（8）、（9）を満たす断面積変化量を順次求めて、収束するまで反復計算を行なうことにより、最適解を得ることができる。

3．数値計算例

図－1に示す単純梁に、本四のスペクトルで鉛直方向に100ガルを入力し、制約として、中央の許容変位0.035m、$\sigma_a = 23800\mathrm{t/m^2}$、$A_{min} = 0.06\mathrm{m^2}$として最適化を行なった結果を表－1、2に示す。表－1は許容領域に初期値を与えた場合であり、表－2は非許容領域に初期値を与えた場合である。いずれの場合もわずか10回の繰り返しで要素1が最小断面積制約で、要素2が応力制約で、他が変位制約で決まっている。要素3～5のν_iは全て等しくなり動的最適性規準を満たしていることがわかる。

4．あとがき

本設計法により、変位・応力・最小断面積制約を考慮した最適耐震設計を簡単に、かつ少数回の繰り返し計算で行なうことができる。しかも本設計法は初期値が許容領域にあると否とにかかわらず収束し、設計変数の増加に伴なう繰り返し回数の増加が少なく、多変数問題に特に有効である。

表－1　初期値を許容領域に与えた場合の単純梁の最適耐震設計結果

		ELEMENT NUMBER 1	2	3	4	5	x_1 (m)	W (ton)
INITIAL	A_i (m²)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	7.39×10^{-2}	235.50
	σ_i (t/m²)	525	953	1280	1502	1616		
	ν_i	0.531	5.381	13.63	22.91	30.87		
OPTIMUM	A_i (m²)	0.0600*	0.0648	0.0811	0.0943	0.1039	0.0349*	19.03
	σ_i (t/m²)	14381	23789*	23357	22526	22751		
	ν_i	0.671	3.876	4.397	4.381	4.407		

表－2　初期値を非許容領域に与えた場合の単純梁の最適耐震設計結果

		ELEMENT NUMBER 1	2	3	4	5	x_1 (m)	W (ton)
INITIAL	A_i (m²)	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	7.283	0.024
	σ_i (t/m²)	1.6×10^8	3.0×10^8	4.1×10^8	4.9×10^8	5.5×10^8		
	ν_i	-0.0389	0.280	6.900	0.310	-0.522		
OPTIMUM	A_i (m²)	0.0600*	0.0648	0.0813	0.0945	0.1039	0.0350*	19.05
	σ_i (t/m²)	14386	23786*	23280	22461	21749		
	ν_i	0.674	3.890	4.377	4.369	4.427		

参考文献

1) Venkayya and Khot, AIAA Journal, Vol.13, No.8, pp. 989−994, 1975.
2) Levy and Chai, Computers & Structures, Vol 10, pp. 277−282, 1979
3) 山田・古川・横田、土木学会論文報告集、第324号、1982年8月、掲載予定