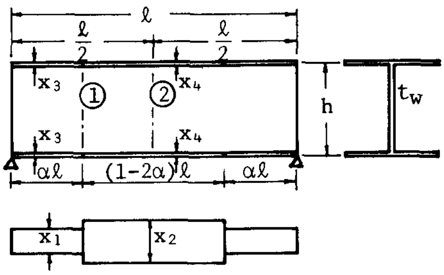
I-28　H形断面桁の最小重量設計について

室蘭工業大学　正員　杉本博之

1．まえがき　　最適化手法は、一般に数値計算が主体をなし、解も数値で得られることがほとんどであるが、問題によっては閉じた解を導くことも可能である。

閉じた解は、それ自身設計に有効であるし、また数値計算による最適化手法の検証にも用いられる。

本報告は、右図に示す H形断面を有する単純桁に、等分布および移動集中荷重が作用する場合の最小重量設計を、解析的手法（/部数値計算を含む）で行い、最小重量設計を与える変断面位置、腹板高を/変数の関数として導いたものである。この/変数は、鋼材、支間長、荷重等の設計変数をすべて含みこの種の桁の最小重量設計を容易なものにしている。



図－1　H形断面桁

2．最小重量設計　　制約条件は、応力、断面寸法の下限値であり、以下のようになる。

点①、②の応力の制約条件より、

$$\left[\frac{\alpha(1-\alpha)Q\ell}{\sigma_a h}-\frac{t_w h}{6}\right]x_1^{-1}x_3^{-1}\leqq 1\quad,\quad\left[\frac{Q\ell}{4\sigma_a h}-\frac{t_w h}{6}\right]x_2^{-1}x_4^{-1}\leqq 1 \tag{1}$$

フランジ幅の下限値に関する制約条件より、

$$b_\ell x_1^{-1}\leqq 1\quad,\quad b_\ell x_2^{-1}\leqq 1 \tag{2}$$

フランジ板厚の下限値に関する制約条件より、

$$x_1x_3^{-1}/n\leqq 1\quad,\quad x_2x_4^{-1}/n\leqq 1 \tag{3}$$

目的関数は、桁の総容積とし、次式で表わされる。

$$V=t_w h\ell+4\alpha\ell x_1x_3+2(1-2\alpha)\ell x_2x_4 \tag{4}$$

以上で、σ_a　：　許容応力度、b_ℓ　：　フランジ幅の下限値、n　：　フランジ板厚の下限値を定める定数、Q　：　等分布荷重qと移動集中荷重Pよりなる値で　$P+q\ell/2$　である。

2－1　αとhが与えられた場合　：　各断面は全応力設計となり、以下のようになる。

1) $\frac{nt_w}{6b_\ell^2}h^2+h-\frac{h_o}{4}\leqq 0$

i) $0\leqq\alpha\leqq\alpha^*$

$$x_1=b_\ell\quad,\quad x_3=b_\ell/n\quad,\quad x_2x_4=b_\ell^2h_o/4nh-t_wh/6 \tag{5}$$

$$f_{min}=\frac{n}{2b_\ell^2\ell}(V-t_wh\ell)=\frac{h_o}{4h}-\frac{nt_w}{6b_\ell^2}h+2\left(1-\frac{h_o}{4h}+\frac{nt_w}{6b_\ell^2}h\right)\alpha \tag{6}$$

上式は、αに関して単調減少関数である。

ここで、

$$\alpha^*=\left[1-\sqrt{1-4\frac{h}{h_o}\left(1+\frac{nt_w}{6b_\ell^2}h\right)}\right]/2\quad,\quad h_o=\frac{nQ\ell}{\sigma_a b_\ell^2} \tag{7}$$

ii) $\alpha^*<\alpha\leqq 1/2$

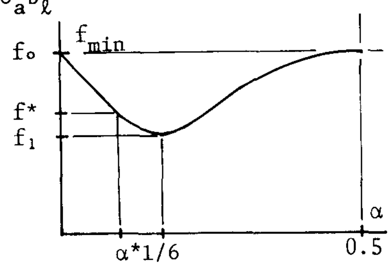
$$x_1x_3=\frac{\alpha(1-\alpha)}{n}b_\ell^2\frac{h_o}{h}-\frac{t_wh}{6}\quad,\quad x_2x_4=\frac{b_\ell^2h_o}{4nh}-\frac{t_wh}{6} \tag{8}$$

$$f_{min}=\frac{h_o}{4h}(1-2\alpha+8\alpha^2-8\alpha^3)-\frac{nt_w}{6b_\ell^2}h \tag{9}$$

2) $\frac{nt_w}{6b_\ell^2}h+h-\frac{h_o}{4}>0$

$$x_1=x_2=b_\ell\quad,\quad x_3=x_4=\frac{b_\ell}{n} \tag{10}$$

$$f_{min}=1 \tag{11}$$



図－2

2－2　α_{opt} の決定　：　式（6）、（9）より、f_{min} と α の関係を図示したのが図－2である。

図中、

$$f_0 = \frac{h_0}{4h} - \frac{nt_w}{6b_\ell^2}h \quad , \quad f_1 = \frac{23}{27}\frac{h_0}{4h} - \frac{nt_w}{6b_\ell^2}h \quad , \quad f^* = 1 + \frac{h_0}{4h}\left[1 - \frac{4h}{h_0}\left(1 + \frac{nt_w}{6b_\ell^2}h\right)\right]^{\frac{3}{2}}$$

である。

これより、α_{opt}は、α^*と1／6の大小関係で定まることになる。よって、次式が導かれる。

i) $\alpha^* \leqq 1/6$

$$\alpha_{opt} = 1/6 \quad , \quad f_{min} = \frac{23}{27}\frac{h_0}{4h} - \frac{nt_w}{6b_\ell^2}h \qquad (12)$$

ii) $\alpha^* > 1/6$

$$\alpha_{opt} = \frac{1}{2}\left(1 - \sqrt{1 - \frac{4h}{h_0}\left(1 + \frac{nt_w}{6b_\ell^2}h\right)}\right) \quad , \quad f_{min} = 1 + \frac{h_0}{4h}\left(1 - \frac{4h}{h_0}\left(1 + \frac{nt_w}{6b_\ell^2}h\right)\right)^{\frac{3}{2}} \qquad (13)$$

2－3　h_{opt} の決定　：　式（12）、（13）より、式（4）のVを最小にするh_{opt}は、以下のように導かれる。

(1) $t_w = t_w^\circ$　（腹板厚が一定の場合）

i) $0 \leqq H' \leqq 24.664$

この時、

$$v = \frac{n}{2b_\ell^2\ell}\cdot V = \frac{1}{2}(H')^2\left(\frac{h}{h_0}\right) + 1 + \frac{1}{4}\left(\frac{h_0}{h}\right)\left[1 - 4\left(\frac{h}{h_0}\right)\left(1 + \frac{1}{6}(H')^2\left(\frac{h}{h_0}\right)\right)\right]^{\frac{3}{2}} \qquad (14)$$

となり、上式を最小にする（h_{opt}／h_0）を数値計算により求めた。

ii) $H' \geqq 24.664$

$$h_{opt}/h_0 = 0.80/H' \qquad (15)$$

以上で、

$$H' = \sqrt{nt_w^\circ h_0}/b_\ell \qquad (16)$$

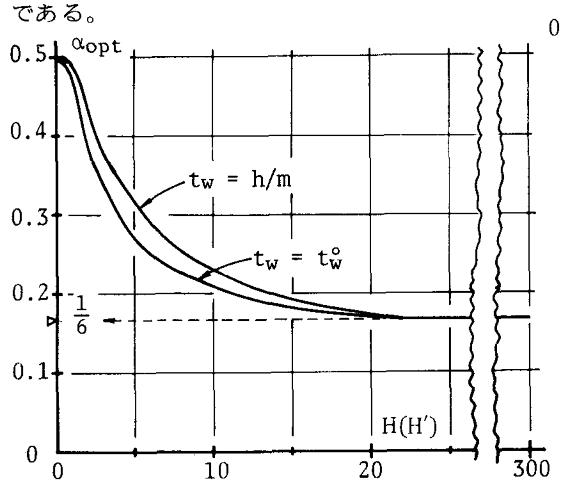
(2) $t_w = h/m$　（腹板厚が腹板高の関数の場合）

結果は省略するが、（1）と同様にして、

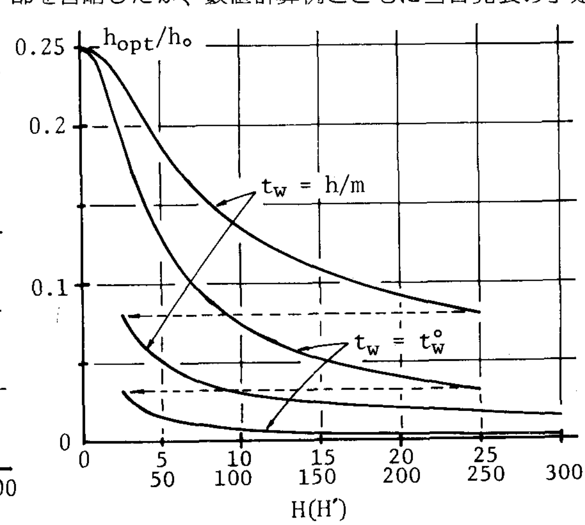
$$H = \sqrt{\frac{n}{m}}\cdot\frac{h_0}{b_\ell} \qquad (17)$$

の関数として結果が得られる。

以上の結果を図に示したのが図－3、図－4である。これらより、すべての設計条件を含む1変数H（H'）が計算されると、総鋼材容積を最小にする腹板高が図－4より、変断面位置が図－3より得られることになる。誘導の過程の詳細および結果の1部を省略したが、数値計算例とともに当日発表の予定である。



図－3　α_{opt} － H(H')



図－4　h_{opt} － H(H')